

# Performanz mehrachsiger magnetischer Positionsmessung als eingebettetes Smart System

*Willi Neudeck<sup>1</sup>, Jörg Bretschneider<sup>1</sup>, Daniel Cichon<sup>2</sup>, Hans-Peter Hohe<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Fraunhofer IIS Institutsteil EAS, Zeunerstr. 38, 01069 Dresden, Tel. 0351 / 4640-0,

<sup>2</sup> Fraunhofer IIS, Abteilung ICS, Am Wolfsmantel 33, 91058 Erlangen, Tel. 09131 / 776-0,

## Zusammenfassung

Der Beitrag berichtet über die Ergebnisse eines Forschungsprojekts, das die Entwicklung einer Softwarebibliothek zur Bestimmung der räumlichen Position (Ort und Lage) eines bewegten Bauteils aus Magnetfeldmesswerten eines integrierten 3D-HallinOne®-Sensors zum Ziel hatte. Im Fokus der Arbeiten stand zudem die praxistaugliche Portierung auf eingebettete Systeme. Die Herausforderung bestand in der Nahfeldmessung, welche aus der Literatur zur Fernfeldortung bekannte Lösungen auf Basis einer Dipolmodellierung ausschloss, sowie der Erreichung einer in der Anwendung erforderlichen Performanz bezüglich Geschwindigkeit und Genauigkeit auf einer für den industriellen Masseneinsatz auch preislich relevanten Mikrocontrollerplattform. Die entwickelte Lösung wurde auf Demonstrator-Applikationen aus dem Bereich der Industrieautomation und der Fahrzeugtechnik umgesetzt. Der vorliegende Beitrag zeigt exemplarisch auf, dass mit bekannten Verfahren aus der räumlichen Magnetortung im Fernfeld, die speziell für den im Bereich der industriellen magnetischen Positionsmessung relevanten Nahbereich angepasst wurden, eine für den industriellen Einsatz hinreichende Performanz erreichbar ist. Modellierung und algorithmische Ansätze werden angerissen, ein in sechs Freiheitsgraden beweglicher Joystick-Demonstrator und die damit erzielten Positionsgenauigkeiten und Messgeschwindigkeiten werden gezeigt. Ein Ausblick zeigt mögliche Applikationen sowie Integrationsstufen auf, für die sich die entwickelte Lösung eignet.

**Keywords:** 3D-Hallsensoren, Positionsmessung, Embedded System, Joystick

## Problemstellung

Berührungslose Winkel- und Distanzmessung mit magnetbasierten Sensorsystemen ist in der industriellen Positionssensorik Stand der Technik. Die Berechnung des skalaren Zielwerts ist vergleichsweise einfach und wird bei integrierten Hallsensoren teilweise sogar direkt auf dem Chip realisiert. Bei der Entwicklung solcher Sensorsysteme besteht die Herausforderung vor allem in der Kompensation von Störgrößen und Fertigungs-Toleranzen.

Moderne integrierte Hallsensoren (wie z.B. HallinOne® von Fraunhofer) eröffnen durch die quasi punktgenaue vektorielle Messung des Magnetflussdichtefeldes neue, weiträumige Anwendungsfelder. Dies beginnt mit der störfeldtoleranten und temperaturunabhängigen robusten Messung von Winkeln und Abständen und geht über die Erhöhung der Zuverlässigkeit und Sicherheit durch Redundanz im Messsystem bis hin zur simultanen Messung mehrerer Bewegungskomponenten. Dies ermöglicht prinzipiell die Bestimmung räumlicher Verschiebungen und Verdrehungen in sämtlichen sechs Freiheitsgraden (Degrees of Freedom, DoF), weil ausreichend Messwerte zur Verfügung stehen [1].

Ein Anwendungsbeispiel wären moderne Bedienelemente, die sowohl verdrehbar als auch verschiebbar sind – etwa Jog-Dials und Multifunktions-Joysticks, aber auch Lenkstock- und Gangwahl-Schalter oder Multiturndrehgeber.

Allerdings kann die „klassische“ Signalauswertung – Linearisierungstabellen, CORDIC usw. – nicht einfach auf solche Anwendungen übertragen werden. Der Übergang von nur einer auf bis zu sechs Bewegungsachsen bzw. von einer auf bis zu zwanzig unabhängige Messgrößen pro Sensor-IC bedingt auch eine deutlich höhere Komplexität der Positionsberechnung und damit deutlich höhere Anforderungen an die Hard- und Software des Sensorsystems. Diese auf lokal linearisierten, heuristischen Magnetfeldmodellen beruhenden Algorithmen sind für höherdimensionale Probleme nicht mehr anwendbar. Vielmehr müssen nichtlineare räumliche Magnetfeldmodelle eingeführt werden.

Bekanntere Ortungsverfahren – etwa analytische [2] [3], Bayessche [4] [5] oder nichtlineare Optimierung-Ansätze [6] [7] [8] – beruhen jedoch

meist auf einer vereinfachten Modellierung des Magnetfeldes als Dipol, ein Ansatz, der nur im Fernfeld gültig ist, also dann, wenn die Entfernung zwischen Magnet und Sensor deutlich größer ist als die charakteristische Größe der magnetischen Quelle [9].

In der technischen Positionssensorik, wo Positionen mittels Magnetscheiben oder -quadern von wenigen mm Durchmesser auf engstem Raum erfasst werden, sind dipolbasierte Ansätze daher oft nicht genau genug.

Die bekannten Lösungsverfahren zur Invertierung der resultierenden, mehrdimensionalen Systemgleichungen sind daher auf reale Magnetformen zu übertragen und durch Regularisierungen und Optimierungen anzupassen, um die Anforderungen erfüllen zu können, die in der Praxis bezüglich Berechnungsgeschwindigkeit und Speicherbedarf an eine räumliche Positionsberechnung auf eingebetteter Hardware gestellt werden. In der Positionssensorik werden als Hardware Mikrokontroller zur Sensoransteuerung, Messwerverfassung und -verarbeitung in unmittelbarer Nähe des Sensormoduls eingesetzt, weitverbreitet ist die ARM-Plattform.

### Lösungsansatz

Es wird hier gezeigt, dass sich ein erweiterter Bayes'scher Ansatz auch für typische Systeme der technischen Positionssensorik eignet, bei denen sich der bewegliche magnetische Geber – ein zylindrischer oder quaderförmiger Permanentmagnet oder eine Spule – in unmittelbarer Nähe zum Sensor befindet.

Hierzu wird eine Joystick-Anwendung mit allen sechs möglichen mechanischen Freiheitsgraden (DoF ...Degrees of Freedom), also jeweils drei kleinere Verschiebungen und Verdrehungen (Abb. 1), als universeller Testfall untersucht, der sehr viele Aufgabenstellungen der räumlichen Positionssensorik einschließt.

Anhand eines parametrischen Modells, in das Geometrie und Magnetisierung sowie die räumliche Bewegungs-Trajektorie des Magneten ebenso eingehen wie geometrische und elektrische Eigenschaften des Sensors, wird das System mathematisch abgebildet.

Die Messfunktion  $B_M(\vec{x})$  modelliert das ortsabhängige Flussdichtefeld des bewegten Gebermagneten im Koordinatensystem des Sensors. Sie lässt sich als Vorwärtslösung analytisch berechnen oder numerisch approximieren, kann aber auch durch ein künstliches neuronales Netz repräsentiert werden.

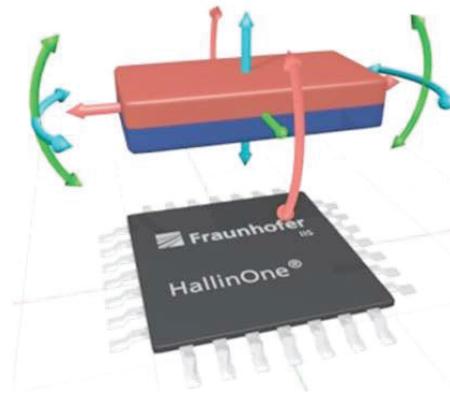


Abb. 1 Demonstrator Systemskizze: HallinOne-Sensor-ASIC und Gebermagnet für einen 6-DoF-Joystick.

Für einen Aufbau mit  $m$  3D-Magnetfeldsensoren, z.B. wie in Abb. 2 für  $m = 5$  Pixelzellen auf dem hier verwendeten HallinOne®-Sensor-ASIC, überführt die Messfunktion den Positionsvektor  $\vec{x} := (\vec{r}, \vec{w})^T$ , bestehend aus je drei translatorischen und rotatorischen Freiheitsgraden  $\vec{r} := (x, y, z)$  und  $\vec{w} := (\alpha, \beta, \varphi)$  für Ort und Lage, auf  $3m = 15$  Messwerte

$$\vec{B}_M(\vec{x}) = (B_x^1, B_y^1, B_z^1, \dots, B_x^m, B_y^m, B_z^m)^T. \quad (1)$$

Zur Berechnung der Position  $\vec{x}$  aus den Messwerten ist die Messfunktion  $\vec{B}_M(\vec{x}) : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^{3m}$  zu invertieren. Eine explizite Inverse der Modellfunktion ist jedoch nur für wenige, meist akademische Sonderfälle bekannt, etwa für einen einfachen magnetischen Dipol oder Kugelmagnete.

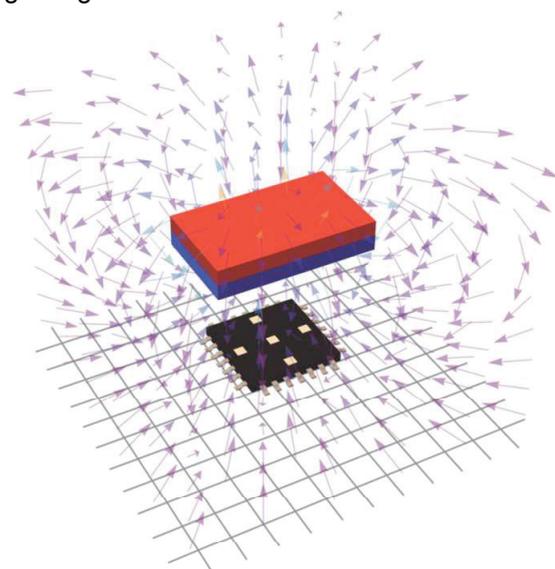


Abb. 2 HallinOne®-Sensor im Magnetfeld des quaderförmigen Permanentmagneten

Für einen praktischen industriellen Einsatz sind diese Modelle jedoch ungeeignet, weil sie das Flussdichtefeld eines realen, nichtkugelförmigen Magneten, wie er in der Positionssensorik eingesetzt wird, im Nahbereich nicht korrekt abbilden. Der Nahbereich umfasst etwa die umhüllende Kugel mit einem Durchmesser gleich der zweifachen charakteristischen Länge des Magneten. In der Positionssensorik sind dies wenige Millimeter bis Zentimeter. Bekannte Magnetortungsverfahren z.B. für Minen oder Schiffe, aber auch für magnetische Marker in der Medizintechnik, verwenden Messwerte aus dem Fernfeld, im Abstand von mehr als 10cm bis zu vielen Metern oder gar Kilometern, bei denen die Messpunkte weiträumig verteilt sind. In der Positionssensorik, insbesondere auf einem Sensor-IC, befinden sich die Messpunkte hingegen typischerweise in einem Abstand von nur 1-2 mm.

Zur Lösung des vorliegenden inversen magneto-statischen Problems der räumlichen Positionssensorik im Nahfeld sind daher Positionswerte durch Näherungsverfahren zu ermitteln. Eine Möglichkeit dafür sind sogenannte optimale Schätzer, etwa das hier verwendete Kalman-Filter-Verfahren. Dabei wird in einer zweistufigen Berechnung eine zu bestimmende Position zunächst anhand eines Bewegungsmodelles vorhergesagt und danach durch die Messwerte  $\vec{y}$  korrigiert. In einer stochastischen Beschreibung des Systems mit Hilfe normalverteilter Rauschterme wird kontinuierlich der

Mittelwert  $\vec{x}$  sowie die Kovarianz  $C$  des Systemzustandes ermittelt. Aufgrund der nichtlinearen Messfunktion  $B_M(\vec{x})$  ist eine linearisierte Variante des Kalman-Filter zu verwenden, etwa der Extended Kalman-Filter (EKF). Der Algorithmus ist rekursiv aufgebaut und konvergiert schnell, wodurch sich der Rechenaufwand bei diesem Ansatz entsprechend der Anforderungen steuern lässt.

Neben der Messfunktion  $B_M(\vec{x})$  ist auch ein Modell des Trajektorien-Raumes der Applikation erforderlich, welches die Bewegungen des Magneten beschreibt. Diese Übergangsfunktion  $F(\vec{x})$  kennzeichnet die Dynamik des Systems abhängig von der Position  $\vec{x}$ . Sowohl die Messfunktion als auch die Übergangsfunktion  $F(\vec{x})$  werden als stochastischer Prozess mit den Kovarianzmatrizen  $R^p$  und  $R^n$  aufgefasst, die das zu erwartende Sensorrauschen bzw. die Unsicherheit im Bewegungsprozess durch mechanische und thermische Toleranzen beschreiben. Der initiale Zustandsvektor  $\vec{x}_0$  und Kovarianzmatrix  $C_0$  ergeben sich durch den Systemaufbau.

### Genauigkeit

Zum Nachweis der prinzipiellen Leistungsfähigkeit des oben beschriebenen Ansatzes wurde die damit zu erwartende Positions-Genauigkeit durch Simulation ermittelt. Zugrunde gelegt wurden hierbei typische Parameter und Sensorkennwerte einer HallinOne®-Applikation für 6-DoF-Bedienelemente.

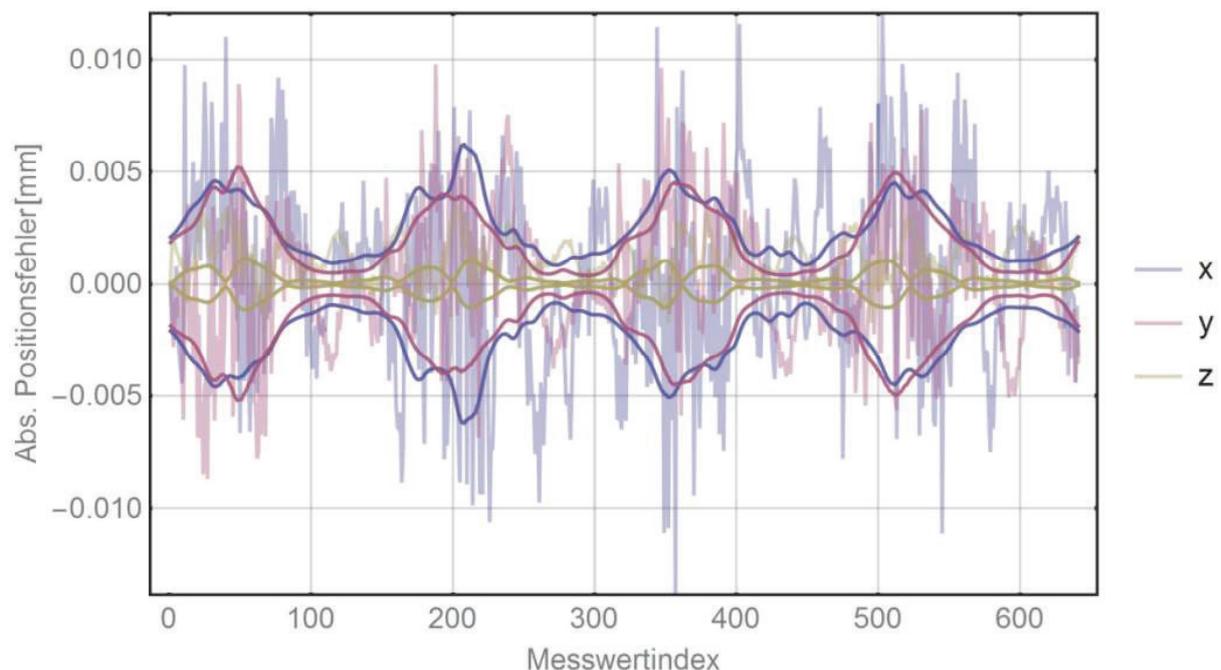


Abb. 3 6-DoF-Joystick: simulierter Ortsfehler ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ) für eine Simulation (feine Linien) und Standardabweichung des Ortsfehlers aus Monte-Carlo-Simulation (fett).

Abb. 3 zeigt den Ortsfehler, Abb. 4 den Lagefehler einer Simulation (schwache Linien) sowie die Standardabweichungen einer Monte-Carlo-Simulation (starke Linien). Das System wurde bei diesem Test in allen sechs mechanischen Freiheitsgraden bewegt, die translatorische Bewegung variierte von -1 bis 1mm, die Verkippung jeweils um  $\pm 20^\circ$  in allen drei Achsen, wobei für  $R^p$  und  $R^n$  realistische Rauschpegel zugrunde gelegt wurden. Zwischen den Extrempunkten wurde ein kontinuierlicher Verlauf simuliert, der dem typischen Bewegungsablauf eines Joysticks entspricht.

Die in Abb. 3 erkennbare Struktur des Fehlers ist auf die Anordnung der Testpunkte zurückzuführen – der Fehler wird dort größer, wo sich die Punkte nahe am jeweiligen Rand des Testvolumens befinden.

Die Standardabweichung des resultierenden Orts- & Lagefehlers bei einer Monte-Carlo-simulation beträgt  $7\mu\text{m}$  bzw.  $0.075^\circ$ . Dies entspricht etwa einem maximalen Ortsfehler ( $3\sigma$ -Wert) von 1% und einem maximalen Lagefehler von 0.6%. Es nicht sicher, dass diese Werte in der Praxis erzielt werden, aber die Simulationen zeigen, dass prinzipiell übliche Genauigkeiten erreichbar sind.

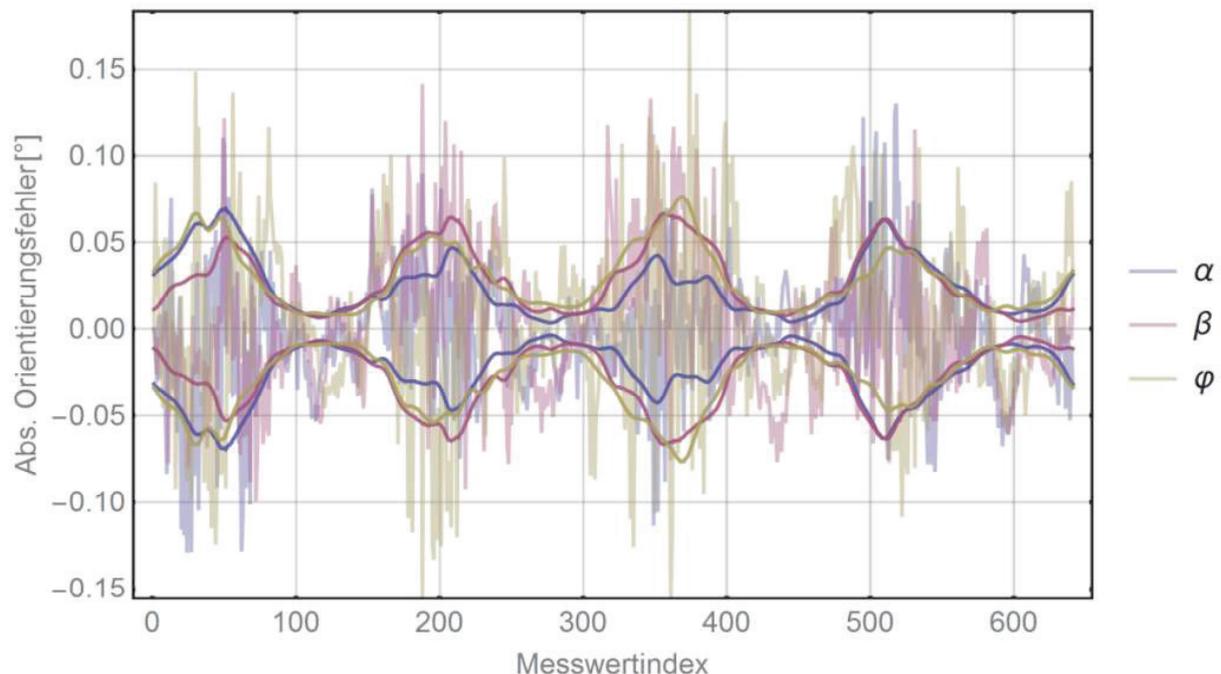


Abb. 4 6-DoF-Joystick: simulierter Lagefehler und Standardabweichung aus MCS.

### Demonstrator 6-DoF-Joystick

Zum Nachweis der Praxistauglichkeit dieses Berechnungsansatzes für die räumliche magnetische Positionssensorik wurde ein 6-DoF-Joystick als Demonstrator aufgebaut. Es wurde ein Quadermagnet aus NdFeB von  $8 \times 4 \times 3 \text{mm}$  und ein HallinOne®-Sensor-ASIC verwendet, der fünf 3D-Hallsensoren im Abstand von ca. 1mm enthält und bereits für streufeld-robuste Joysticks im industriellen Serieneinsatz ist (vgl. Abb. 2). Das Berechnungsverfahren wurde auf einen Cortex-M4E Mikrocontroller angepasst und implementiert, der sich auf derselben Platine wie der HallinOne®-ASIC befindet. Abb. 5 zeigt im Anschnitt den Demonstratoraufbau.

Die räumliche Beweglichkeit des Joysticks wurde vereinfacht durch eine 3D-Druck-Konstruktion aus Kunststoffedern realisiert, um den Aufwand gering zu halten. Der Sensor-IC befindet sich an der Spitze einer langgestreckten, sog. Fingerplatine unter dem quaderförmigen Gebermagneten, der an der Unterseite der Plastomechanik angebracht ist. Der Joystick bewegt sich über dem Sensor in allen sechs mechanischen Freiheitsgraden  $\vec{x} = [\pm 1 \text{mm}, \pm 1 \text{mm}, \pm 2 \text{mm}, \pm 20^\circ, \pm 20^\circ, \pm 8^\circ]$ . Der Mikrocontroller der die Positionsberechnung durchführt, befindet sich mit dem Sensor auf einer Platine und stellt außerdem eine USB-Schnittstelle zur Ansteuerung und zur Positions-Messwertausgabe bereit.

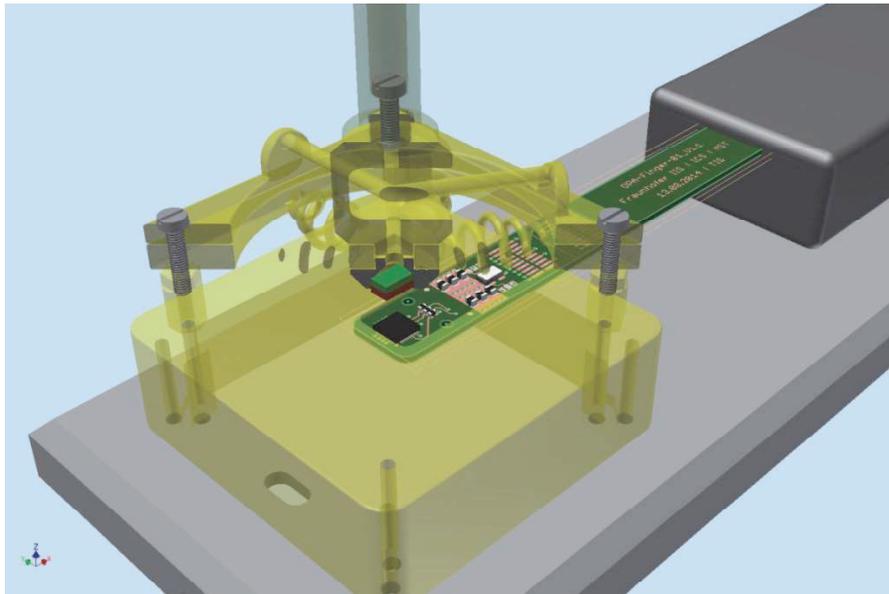


Abb. 5 Demonstrator: CAD-Zeichnung. Der Quadermagnet befindet an einer im Anschnitt erkennbaren Federkonstruktion mit Pol nach unten über dem Hallinone-ASIC (mit fünf 3D-HallinOne®-Sensoren) auf der Finger-Platine, der Mikro-Controller im Gehäuse rechts. Der Magnet wird über einen Joystickknopf gekippt, verdreht und verschoben.

Abb. 6 zeigt eine grafische Benutzerschnittstelle, über die sich die Parameter des Systemmodells und des Algorithmus auf einfache Weise für vielfältige Problemstellungen anpassen sowie die ermittelten Positionswerte ausgeben lassen. Links über dem Magnetmodell und dessen Parametern – hier den Quadermagnet 8x4x3mm mit Magnetisierung in negativer z-Richtung von 980kA/m sind die sechs auf dem Mikro-Controller nahezu in Echtzeit berechneten Freiheitsgrade  $\vec{x} := (x, y, z, \alpha, \beta, \varphi)^T$  und

eine Fehlergröße zu sehen, die einen statistischen Modellierungsfehler anzeigt (es handelt sich nicht um die Positionsgenauigkeit). Rechts wird der Quadermagnet des Joysticks aus Abb. 5 in aktueller Lage relativ zum Sensor in 3D-Darstellung dargestellt, in der Mitte grafisch eine zugehörige, zuvor durchlaufene Trajektorie in den einzelnen Freiheitsgraden – getrennt nach Ort und Lage. Darunter kann z.B. die geschätzte Temperatur des Magneten ausgegeben werden.

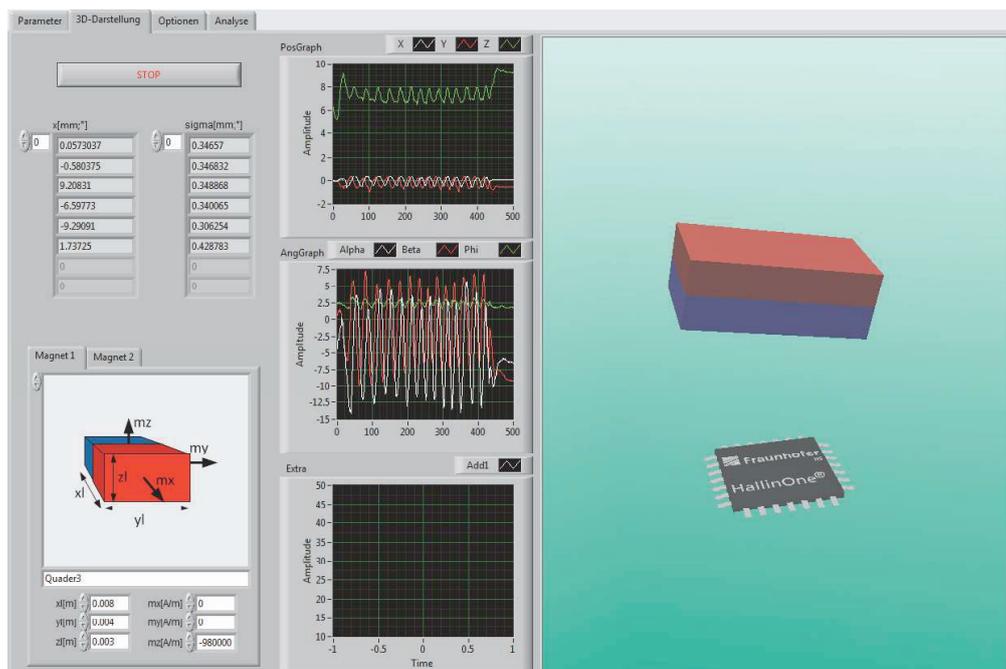


Abb. 6 Grafische Benutzeroberfläche für den Demonstrator aus Abb. 5

## Geschwindigkeit

Aus den vom HallinOne®-Sensor-ASIC gelieferten Magnetfeldmesswerten wurden die Positionswerte der räumlichen Joystickbewegung (Drücken, Kippen, Drehen) anhand des auf dem Mikrocontroller implementierten Kalman-Filters berechnet und über die USB-Schnittstelle an einen PC zur grafischen Darstellung übertragen. Dabei wurden auch die Berechnungszeiten ermittelt.

Die Berechnung einer 6D-Position mit dem analytischen Magnetfeldmodell des Quadermagneten dauerte auf dem Mikrocontroller ca. 40ms, wobei eine relativ hohe Genauigkeit angestrebt wurde. Diese gegenüber der reinen Messzeit von ca. 4ms vergleichsweise langsame Berechnung dürfte für viele Anwendungen als Bedienelement ausreichend sein, wo die Positionierung vor allem anhand der visuellen Rückkopplung durch den Bediener gesteuert wird, zum Beispiel bei Landmaschinen und Hebezeugen.

Für eine größere Präzision bei der Positionierung ist jedoch eine schnellere Rückkopplung wünschenswert. Daher wurde die Berechnung der Position auch mit einer vereinfachten Modell- bzw. Messfunktion und einer Optimierung des Algorithmus untersucht.

Tab. 1 zeigt die Zeitdauern für die Berechnung der räumlichen Position mit 6 bzw. 3 Freiheitsgraden auf einem Cortex-M4-Mikrocontroller auf Basis von fünf 3D-Messwerten der magnetischen Flussdichte an einem Messpunkt.

Die Rechenzeit konnte mit der vereinfachten Messfunktion auf wenige Millisekunden pro Messpunkt reduziert werden.

Damit eignet sich das Verfahren auch für Bedienelemente, bei denen es auf eine sehr exakte Bedienung ankommt. Für weniger Freiheitsgrade reduziert sich die Berechnungszeit proportional.

*Tab. 1: Messzeit (Referenz) und Berechnungszeiten mit analytischer bzw. vereinfachter Messfunktion für den Demonstrator in Abb. 5*

Zeit	6DoF	3DoF (xyz)
Messung	4.4 ms	4.4 ms
analytisch	41.0 ms	23.0 ms
vereinfacht	3.6 ms	1.8 ms

Beide Varianten des Algorithmus wurden gleichzeitig auf demselben Mikrocontroller implementiert. Dies ermöglicht ein hybrides, schnelles Verfahren mit fortlaufender Korrektur der Genauigkeit.

## Zusammenfassung und Ausblick

Für das Problem der Bestimmung der räumlichen Position aus Magnetfeldmesswerten, speziell mit einem integrierten 3D-HallinOne® Sensor, wurde ein algorithmischer Ansatz entwickelt, hinsichtlich Applikationsanforderungen angepasst und auf industrieüblicher, eingebetteter Hardware implementiert.

Die für praktische Anwendungen erforderliche Performanz der Lösung hinsichtlich Genauigkeit und Geschwindigkeit wurde anhand eines Prototyps untersucht und nachgewiesen. Dieser kann bis zu sechs mechanische Freiheitsgrade des beweglichen Bauteils vermessen.

Der untersuchte algorithmische Ansatz ist – nach geeigneter Modellanpassung – auch für Applikationen mit weniger Freiheitsgraden und andere Magnetformen sowie prinzipiell auch für andere Magnetfeldsensoren geeignet. In Verbindung mit der Fraunhofer HallinOne®-Technologie erlaubt er es außerdem prinzipiell, hohe Robustheitsanforderungen hinsichtlich Temperaturschwankungen, mechanischen Toleranzen, Streufeldern sowie Sicherheit zusätzlich zu berücksichtigen.

Neben den mechanischen Freiheitsgraden können durch den modellbasierten Ansatz auch Parameter des Magneten im laufenden Betrieb unter realen Anwendungsbedingungen geschätzt werden, die normalerweise – in der klassischen Positionsmessung – nur einmalig durch eine aufwendige Einzelfallprüfung vor dem Systemaufbau oder gar nicht ermittelbar sind, etwa die Temperatur oder die davon abhängige Magnetisierung des Gebermagneten. Diese Eigenschaften würden bei Positionsmesssystemen, in denen mehrachsrig messende integrierter Magnetfeldsensoren eingesetzt werden, die Kalibrierung deutlich vereinfachen, da diese im fertigen Aufbau anhand eines sehr genauen Modells und mit ausreichend Zeit sehr genau erfolgen kann, sowohl im Endtest als auch regelmäßig im laufenden Betrieb. Diese Selbsttestbarkeit macht derartige Sensorik interessant für sicherheitskritische Anwendungen, und nicht zuletzt preiswert in der Herstellung.

Der modellbasierte Algorithmus liefert während der Berechnung zusätzlich eine Schätzung des Modellfehlers und damit einen Rückschluss auf eine nicht der Modellierung entsprechende tatsächlich Form des Magnetfelds, wie sie zum Beispiel durch Beschädigung, Fehlmagnetisierung oder Verlust des Magneten, aber auch durch ein externes Störfeld entsteht. Dadurch können Situationen, in denen das Berech-

nungsmodell ungünstig wird und das Messsystem große Fehler berechnet, sicher erkannt werden. Das erleichtert zusätzlich die Erfüllung hoher Sicherheitsstandards.

Das entwickelte Verfahren eröffnet so eine flexible Entwicklungsplattform für robuste, selbstüberwachende magnetische Positionssensorkanwendungen in den klassischen Branchen Automotive und industrielle Automation, aber auch in der Medizintechnik, sowohl für die Messung räumlicher Bewegungen als auch für intelligente Weg- und Drehgeber. Die entwickelte Lösung wurde als Patent eingereicht.

### Literaturnachweise

- [1] Hackner, M., Hohe, H.-P., & Stahl-Offergeld, M., An integrated nine-dimensional Hall-Gradient-Sensor. Proceedings SENSOR 2009, Volume II
- [2] Nara, T., Suzuki, S., & Ando, S., A Closed-Form Formula for Magnetic Dipole. IEEE Transactions on Magnetics Vol. 42 No.10, Oct 2006, S. 3291-3293.
- [3] Wynn, W. M., Magnetic dipole localization with a Gradiometer: Obtaining unique solutions. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium 1997.
- [4] Birsan, M., Recursive Bayesian Method for Magnetic Dipole Tracking With a Tensor Gradiometer. IEEE Transactions on Magnetics vol. 47 Bo.2, Feb. 2011, S. 409-415.
- [5] Birsan, M. Non-linear Kalman filters for tracking a magnetic dipole. Defence R&D Canada, TM 2003-230
- [6] Song, S., Hu, C., Li, M., & Yang, W., Real time algorithm for magnet's localization in capsule endoscope. IEEE International Conference on Automation and Logistics 2009. Shenyang, China., pp. 2030 - 2035
- [7] Costa, M. C., Cauffet, G., Coulomb, J. L., Bongiraud, J. P., & Thiec, P. L., Localization and identification of a magnetic dipole by the application of genetic algorithms. Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism (OIPE) 2000. Torino
- [8] Cheng, C., Huo, X., & Ghovanloo, M., Towards a magnetic localization system for 3-D tracking of tongue movements in speech-language therapy. 31st Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS) 2009. Minneapolis, Minnesota, USA., pp.563-566
- [9] Wu, F., Robert, N. M., Frey, D. D., & Foong, S., Enhanced magnetic localization with artificial neural network field models. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) 2013. Karlsruhe, 2013, pp. 1560-1565
- [10] Engel-Herbert, F., Hesjedal, T., Calculation of magnetic stray field of uniaxial magnetic domain. Journal of applied physics, 2005