

Validierung der tomographischen Rekonstruktion eines neuartigen akustischen Sensorsystems zur Bestimmung von Gasgehaltsverteilungen in Mehrphasensystemen

Michael Elfering^{1,2}, Sven Annas¹, Holger Czajka¹, Hans-Arno Jantzen¹ und Uwe Janoske²

¹Labor für Strömungstechnik und -simulation, FH Münster, Steinfurt, Deutschland

²Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Bergische Universität Wuppertal, Wuppertal, Deutschland

Kontakt: michael.elfering@fh-muenster.de

Einleitung

Mischvorgänge in Mehrphasenströmungen mit Gasanteil haben eine besondere Relevanz in der Verfahrenstechnik. Bei zahlreichen Prozessen ist der Gasgehalt, das Verhältnis des Gasvolumens zum Gesamtvolumen, ein wichtiger Parameter bei der Auslegung und Bewertung der Durchmischung. Als Messgröße ermöglicht die Gasgehaltsverteilung einen Einblick in die zugrundeliegenden Prozesse und deren räumliche Abläufe, sodass Verfahren zuverlässig überwacht und Optimierungsmaßnahmen der Anlagentechnik zielgerichtet durchgeführt werden können.

Die orts aufgelöste Erfassung und Beschreibung dieser Größe ist Gegenstand aktueller Forschung. Neueste Ansätze von Elfering et al. [1–3] forcieren die Entwicklung von Sensorsystemen zur Bestimmung des Gasgehalts in Suspensionen mittels akustischer Transmissionstomographie (GHATT). GHATT nutzt die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit c_m niederfrequenter Signale vom volumetrischen Gasgehalt ε (Abb. 1).

Die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit vom Gasgehalt wurde erstmals von Wood [4] mathematisch beschrieben und später weiterentwickelt [5, 6]. Das Modell gilt für den sogenannten unterkritischen Frequenzbereich, das heißt unterhalb der Resonanzfrequenz für radiale Pulsationen der Blasen [5].

Mit Hilfe von Laufzeitmessungen wird bei der GHATT zunächst die Schallgeschwindigkeitsverteilung ermittelt, aus welcher anschließend der Gasgehalt durch Inversion der Korrelation in Abb. 1 orts aufgelöst berechnet wird.

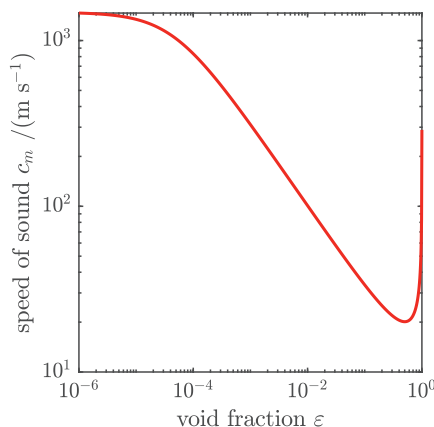


Abb. 1: Schallgeschwindigkeit c_m niederfrequenter Signale in Wasser-Luft-Gemisch in Abhängigkeit vom volumetrischen Gasgehalt ε angelehnt an [5]

Diese Arbeit thematisiert die Validierung dieses neuartigen Messsystems in numerischen Simulationen sowie experimentellen Laborversuchen mit Vergleichsmesssystem und konzentriert sich dabei auf den Aspekt der tomographischen Rekonstruktion.

GHATT-Verfahren

Für die tomographische Bestimmung des Gasgehaltes werden bei der GHATT akustische Sender und Empfänger im Messvolumen positioniert. Aufeinander folgend wird das Volumen von den Sendern durchschallt und die Signale werden von den Empfängern aufgezeichnet.

Für jede dieser Messstrecken wird die individuelle Laufzeit ermittelt und im nächsten Schritt auf Basis der Laufzeiten ein Schnittbild der Schallgeschwindigkeitsverteilung tomographisch rekonstruiert. Da die lokale Schallgeschwindigkeit bei geeigneter Signalfrequenz primär vom lokalen Gasgehalt abhängt [5], lässt sich hieraus die Verteilung des Gasgehaltes ermitteln.

Tomographische Rekonstruktion

Die GHATT gehört zu den Laufzeittomographiesystemen; hier resultieren die Laufzeiten τ_i der akustischen Signale aus dem Linienintegral der Schalllangsamskeit s entlang des individuellen akustischen Pfades.

$$\tau_i = \int_{L_i} s \, dl \quad (1)$$

Die ortsabhängige Schalllangsamskeit beschreibt den Kehrwert der ortsabhängigen Schallgeschwindigkeit c .

$$s := c^{-1}$$

Für die tomographische Rekonstruktion lässt sich (1) durch Diskretisierung in (2) überführen.

$$\tau_i = \sum_{j=1}^N s_j \cdot l_{ij} \quad (2)$$

Wobei l_{ij} die Länge des i -ten Pfades durch die j -te Zelle und s_j die Langsamskeit der j -ten Zelle beschreibt. Vektorisiert ergibt sich (3).

$$\mathbf{Ls} = \boldsymbol{\tau} \quad (3)$$

Das vektorisierte Skalarfeld der Schalllangsamskeit s bildet die gesuchte Größe der GHATT. Für die Lösung dieses inversen Problems der tomographischen Rekonstruktion ist

die *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT) in verschiedenen Bereichen der Laufzeitomographie verbreitet [7–9] und wird für die GHATT adaptiert. Die verschiedenen Implementierungen der SIRT (wie z.B. SART, classical Landweber, Cimmino's Method, DROP und weitere) lassen sich in einer generalisierten Form zusammenfassen [10]:

$$\mathbf{s}_{k+1} = \mathbf{s}_k + \lambda_k \mathbf{T} \mathbf{L}^T \mathbf{M} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{L} \mathbf{s}_k) \quad (4)$$

Wobei \mathbf{s}_k und \mathbf{s}_{k+1} die aktuelle und die neue Iteration des rekonstruierten Schalllangsamkeitsfeldes beschreiben; λ_k beschreibt den Relaxationsparameter; die symmetrischen Matrizen \mathbf{T} und \mathbf{M} sind Gewichtungsmatrizen, welche abhängig vom SIRT-Algorithmus gewählt werden [10]. Dieser iterative Prozess wird wiederholt, bis ein zufriedenstellendes Ergebnis erreicht wurde.

Nach der iterativen Bestimmung der Schallgeschwindigkeitsverteilung wird diese abschließend mittels Umkehr der Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit vom Gasgehalt (Abb. 1) zellenweise in eine Gasgehaltsverteilung überführt.

Methoden

Numerische Validierung der tomographischen Rekonstruktion der GHATT

Um eine geeignete tomographische Rekonstruktion in der GHATT zu realisieren, gilt es geeignete Parameter (λ_k , \mathbf{T} , \mathbf{M}) in (4) sowie ein geeignetes Abbruchkriterium zu ermitteln. Numerische Simulationen auf Basis der *Fast Marching Method* (FMM) [11] ermöglichen es, die tomographische Rekonstruktion separat und unabhängig von anderen Einflussgrößen zu untersuchen.

Die Laufzeiten werden durch die Simulation mit hoher Präzision bestimmt. Sie lassen sich wahlweise vor der tomographischen Rekonstruktion mit definierten Fehlern beaufschlagen, um real auftretende Ungenauigkeiten der Laufzeitbestimmung abbilden zu können. Da in realen Messungen die Laufzeitbestimmung stets mit einem Fehler und Rauschen behaftet ist, kann so die Robustheit der TR gegenüber dieser Störgröße quantifiziert werden.

Das rekonstruierte Feld kann direkt mit dem theoretischen Ideal der Simulation abgeglichen werden. So wird eine zielgerichtete und praxisnahe Optimierung der Parameter und Algorithmen der tomographischen Rekonstruktion möglich. Die objektive Bewertung der Rekonstruktionsgüte erfolgt durch den normierten Rekonstruktionsfehler δ_{rec} :

$$\delta_{rec} := \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{ideal} - \boldsymbol{\varepsilon}_{rec}\|}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_{ideal}\|} \quad (5)$$

$\|\cdot\|$ entspricht der euklidischen Norm des vektorisierten Skalarfeldes.

Messtechnische Validierung des Gesamtsystems der GHATT unter Laborbedingung

Neben der numerischen Validierung des GHATT-Systems und der Optimierung der tomographischen Rekonstruktion

ist insbesondere die praktische Validierung unter kontrollierten Randbedingungen essenziell.

Hierzu wurde ein oktogonaler Laborprüfstand mit einem Volumen von 3 m³ aufgebaut (Abb. 2). Dieser verfügt über eine variable Begasung am Behälterboden, sodass sich verschiedene homogene und heterogene Gasgehaltsverteilungen quasistationär einstellen lassen. Für die akustischen Messungen werden jeweils acht Unterwasserlautsprecher und Hydrophone auf dem Umfang des Behälters platziert (vgl. Abb. 5). Die Lautsprecher werden über einen computergesteuerten Umschalter sequenziell angesteuert und die gesendeten Signale über die Hydrophone aufgezeichnet. Aus den aufgezeichneten Signalen wird für jede der Messstrecken eine Laufzeit bestimmt [1, 12], welche die Grundlage für die tomographische Rekonstruktion der Schalllangsamkeitsverteilung darstellt.



Abb. 2: Laborprüfstand inkl. Traversierung für das optische Vergleichsmesssystem, kontrollierter Begasung am Behälterboden mit Volumenstromüberwachung und akustischen Transducern für die GHATT

Zur Validierung der Ergebnisse wurde ein optisches Vergleichsmesssystem aufgebaut, welches durch lokale Probenahme die Gasgehaltsverteilung als Vergleichswert ermittelt. Es basiert auf einer Durchflussküvette mit einer Schichtdicke von 3,5 mm. Das Mehrphasengemisch wird isokinetisch entnommen und in der Durchflussküvette von einer Kamera erfasst. Die Durchmesser der Gasblasen werden bestimmt [13, 14]. Aus den Durchmessern wird das Gasvolumen innerhalb des bekannten Messvolumens und der volumetrische Gasgehalt ε errechnet (Abb. 3). Dabei werden mindestens 20 und maximal 350 Bilder aufgezeichnet. Als Abbruchkriterium einer Messreihe dient neben der maximalen Anzahl der Bilder der absolute (6) und der relative Standardfehler des Mittelwertes (7).

$$\text{SEM}(\varepsilon) \leq \vartheta_{abs} \quad (6)$$

$$\frac{\text{SEM}(\varepsilon)}{\bar{\varepsilon}} \leq \vartheta_{rel} \quad (7)$$

mit

$$\text{SEM}(\varepsilon) := \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\sqrt{N}}$$

- $\bar{\varepsilon}$: arithmetisches Mittel der ermittelten Gasgehalte
- σ_{ε} : Standardabweichung der ermittelten Gasgehalte
- N : Anzahl der bisherigen Messungen/Bilder
- ϑ_{abs} : Schwellwert absoluter Standardfehler (10^{-8})
- ϑ_{rel} : Schwellwert relativer Standardfehler (0,075)

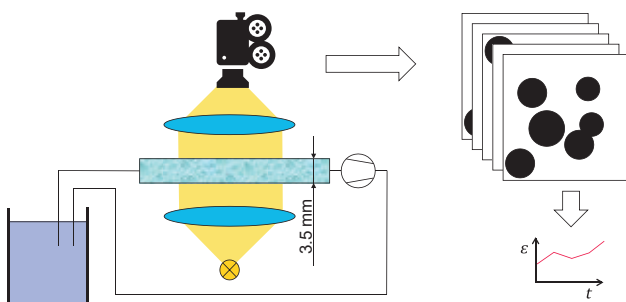


Abb. 3: Schematischer Aufbau des Vergleichsmesssystems mit Lichtquelle, Saugpumpe und der Kamera; Die Blasen der einzelnen Bilder werden erfasst und ausgewertet, sodass sich ein zeitlicher Verlauf des Gasgehaltes mit jeweils einem Wert pro Bild ergibt.

Da der Druck in der Küvette von dem an der Probenahme-stelle abweicht, wird dies bei der Bestimmung des Gasgehaltes an der Entnahmestelle gemäß dem Boyle-Mariotte-Gesetz kompensiert. Hierzu ist eine Drucksensor in der Messzelle eingesetzt (Abb. 4).

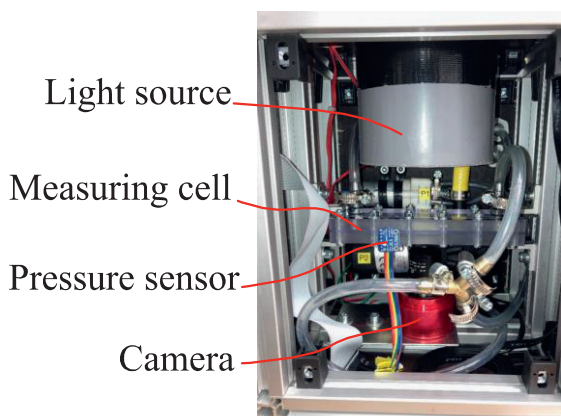


Abb. 4: Praktischer Aufbau des Vergleichsmesssystems mit der LED-Lichtquelle, der Durchflussküvette mit Drucksensor und der Kamera

Die Positionierung der Probenahme erfolgt über eine computergesteuerte Traversierung (Abb. 2). Das Vergleichsmesssystem ermöglicht somit automatisiert die

ortsaufgelöste optische Bestimmung der Gaskonzentration. Die Ergebnisse lassen sich direkt mit denen der GHATT abgleichen, wenn die Messpositionen an die Position der Zellen in der tomographischen Rekonstruktion angepasst sind.

Ergebnisse

Numerische Untersuchungen

Die bisherigen numerischen Untersuchungen zeigen die grundsätzliche Eignung des tomographischen System zur Bestimmung der Gasgehaltsverteilung. In vorläufigen Untersuchungen zeigte sich bei verschiedenen simulierten Gasgehaltsverteilungen und unterschiedlicher Fehlerbeaufschlagung der Laufzeiten, dass der SART-Algorithmus mit einer Relaxation von $\lambda_k \cong 0,3$ bei einer maximalen Iterationsanzahl von $k_{max} \cong 19$ eine Rekonstruktion mit zuverlässig niedrigem δ_{rec} gemäß (5) ermöglicht. Diese Parameter werden für die Auswertung der bisherigen Laborversuche übernommen, sollen aber in weiteren Simulationen validiert werden.

Laborversuche

Um die absolute Genauigkeit des tomographischen Systems bewerten zu können, werden Messungen im unbegasteten, blasenfreien Behälter durchgeführt. Das Ergebnis der Rekonstruktion ist in Abb. 5 dargestellt. Es zeigt sich, dass die maximale absolute Abweichung der tomographisch rekonstruierten Gasgehaltsverteilung lediglich 0,0015 % gegenüber dem wahren Wert 0 beträgt.

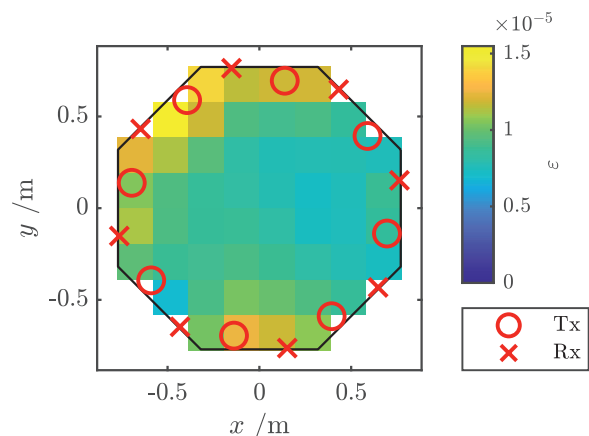


Abb. 5: Rekonstruktion der Gasgehaltsverteilung ε der GHATT in einem unbegasteten Messvolumen. Der maximale absolute Fehler der tomographischen Rekonstruktion entspricht einem Gasgehalt von lediglich 0,0015 % – Tx: akustischer Transmitter; Rx: akustischer Empfänger

Messungen mit homogener und heterogener quasistationärer Begasung werden aufeinanderfolgend mittels optischem Vergleichsmesssystem und akustischem Tomographiesystem durchgeführt, um einen Abgleich der Ergebnisse zu ermöglichen. Die Position der Probenahme ist hierzu an die Zellen der tomographischen Rekonstruktion angeglichen.

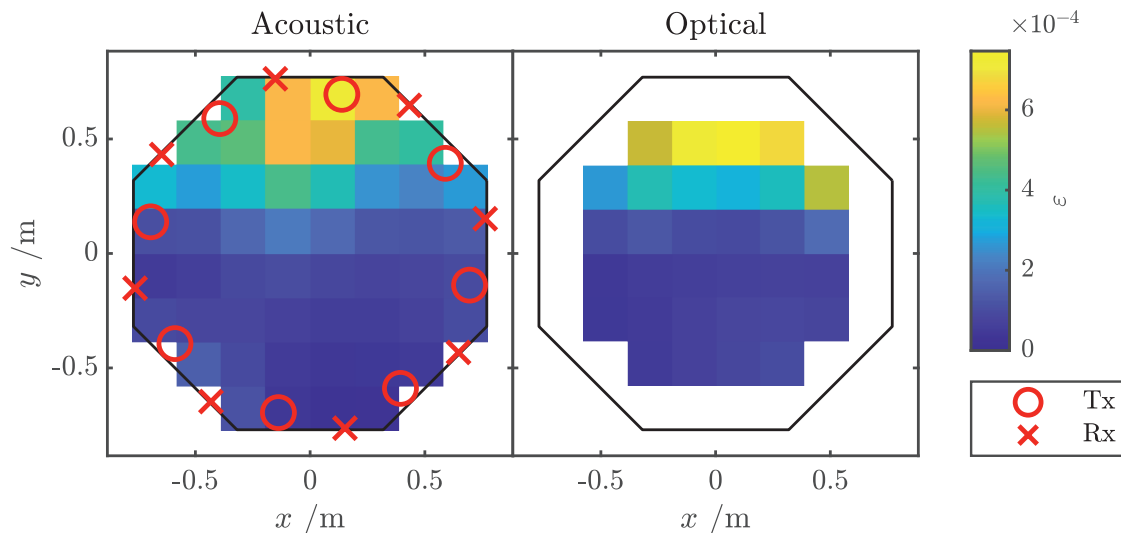


Abb. 6: Vergleich der Messsystemen an einem begasten Messvolumen. Links: Die Rekonstruktion des Gasgehaltsverteilung ε der GHATT; Rechts: Die Messwerte des optischen Vergleichsmesssystem – Tx: akustischer Transmitter; Rx: akustischer Empfänger

Abb. 6 zeigt die Messergebnisse einer heterogenen begasten Messung. Hier wird im Bereich $y \geq 0$ eine konstante Begasung am Behälterboden eingestellt. Im verbleibenden Bereich wird kein Gas eingeleitet. Beide Messsysteme sind rund 700 mm über dem Boden auf halber Behälterhöhe platziert.

Bei beiden Systemen zeigt sich einen deutlich erhöhter Gasgehalt im begasten Bereich mit rund 0,07 %. Es ist zudem bei beiden Systemen erkennbar, dass der Gasgehalt erst bei $y > 0$ mit zunehmendem y bis zum Behälterrand ansteigt. Dies deckt sich mit der Beobachtung, dass die durch die aufsteigenden Blasen induzierte Strömung zu einer Einschnürung der Blasenfahne in diese Richtung führt. Die relative Abweichung der beiden Systeme zueinander liegt im niedrigen zweistelligen Prozentbereich. Es ist zu berücksichtigen, dass diese Abweichung nicht einem der Systeme direkt als absoluter Fehler zugeordnet werden darf. Dieser Vergleich lässt also keine direkte Aussage über absolute Genauigkeit der GHATT zu. Dennoch plausibilisiert dieser Vergleich die Eignung der GHATT als Messsystems zur Bestimmung einer Gasgehaltsverteilung in der Praxis.

Fazit und Ausblick

Durch die beschriebene numerischen Methoden lassen sich die Parameter für die tomographische Rekonstruktion der GHATT quantitativ optimieren, welche für das praktische System übernommen werden können.

Die Laborversuche zur Anwendbarkeit der GHATT können durch das optische Vergleichsmesssystem abgeglichen werden. Die bisher durchgeführten labortechnischen Untersuchungen des GHATT-Systems zeigen bereits vielversprechende Ergebnisse, welche hohe Übereinstimmung mit denen des Vergleichsmesssystems aufweisen. Die

rekonstruierten Gasgehaltsverteilungen erscheinen dabei plausibel.

Für die sichere Anwendung gilt es jedoch, die praktischen Untersuchungen fortzusetzen. Nach Abschluss der Laboruntersuchung ist die großskalige Erprobung sinnvoll. Mittelfristig soll mit der GHATT ein Verfahren entstehen, welches als Analysewerkzeug zur Optimierung der Anlagentechnik sowie zur Überwachung in den Bereichen der Verfahrenstechnik, Pharma- und Chemieindustrie sowie der Wasseraufbereitung oder der Biogasproduktion eingesetzt werden kann.

Literatur

- [1] M. Elfering, S. Annas, H.-A. Jantzen und U. Janoske, „Method for time-of-flight estimation of low frequency acoustic signals in reverberant and noisy environment with sparse impulse response“, *Meas. Sci. Technol.*, Jg. 33, Nr. 4, S. 45101, 2022, doi: 10.1088/1361-6501/ac42e5.
- [2] M. Elfering, D. Borgmann, H. Czajka, H.-A. Jantzen, S. Annas und U. Janoske, „Einstieg in ein akustisches Tomographiesystem zur Bestimmung des Gasgehaltes“ in *MikroSystemTechnik Kongress 2019*, 2019, S. 219–221.
- [3] M. Elfering, S. Annas, H. Czajka, H.-A. Jantzen und U. Janoske, „Akustisches Tomographiesystem zur Charakterisierung von Mischvorgängen in Zweiphasensystemen mit Gasgehalt“, 12. März 2021.
- [4] A. B. Wood, *A textbook of sound: Being an account of the physics of vibrations with special reference to recent theoretical and technical developments*, 1. Aufl. The Macmillan company, 1930.
- [5] S. Temkin, *Suspension Acoustics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [6] S. Benjelloun und J.-M. Ghidaglia, „On the sound speed in two-fluid mixtures and the implications for CFD model validation“, *European Journal of*

- Mechanics - B/Fluids*, Jg. 90, S. 152–168, 2021, doi: 10.1016/j.euromechflu.2021.09.002.
- [7] A. Raabe und P. Holstein, *Akustik und Raumklima: Raumkomfortbewertung und Energieeffizienz*. Wiesbaden, Heidelberg: Springer Vieweg, 2021. [Online]. Verfügbar unter: <http://www.springer.com/>
- [8] Y. Bao und J. Jia, „Online time-resolved reconstruction method for acoustic tomography system“, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, S. 1, 2019, doi: 10.1109/TIM.2019.2947949.
- [9] D. Lluveras Núñez, M. Á. Molero-Armenta, M. Á. G. Izquierdo, M. G. Hernández und J. J. Anaya Velayos, „Ultrasound Transmission Tomography for Detecting and Measuring Cylindrical Objects Embedded in Concrete“ (eng), *Sensors (Basel, Switzerland)*, Jg. 17, Nr. 5, 2017, doi: 10.3390/s17051085.
- [10] P. C. Hansen und M. Saxild-Hansen, „AIR Tools — A MATLAB package of algebraic iterative reconstruction methods“, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Jg. 236, Nr. 8, S. 2167–2178, 2012, doi: 10.1016/j.cam.2011.09.039.
- [11] M. S. Hassouna und A. A. Farag, „Multi-stencils fast marching methods: a highly accurate solution to the eikonal equation on cartesian domains“ (eng), *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, Jg. 29, Nr. 9, S. 1563–1574, 2007, doi: 10.1109/TPAMI.2007.1154.
- [12] M. Elfering, S. Annas, H. Jantzen und U. Janoske, „Erprobung eines neuartigen akustischen Sensorsystems zur Bestimmung von Gasgehaltsverteilungen in Mehrphasensystemen“ in *15. Dresdner Sensor-Symposium 2021*, 2021, S. 28–31, doi: 10.5162/15dss2021/2.3.
- [13] *Thorstenwagner/lj-Ellipsesplit: Ellipsesplit 0.6.0 Snapshot*. Zenodo, 2017.
- [14] A. Fitzgibbon, M. Pilu und R. B. Fisher, „Direct least square fitting of ellipses“, *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, Jg. 21, Nr. 5, S. 476–480, 1999, doi: 10.1109/34.765658.

Danksagung

Diese Arbeit wurde gefördert vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (FKZ: 16ES0984).

GEFÖRDERT VOM



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung