

Verbesserte Schätzung der Temperaturverteilung in gasdurchströmten Festbetten mittels elektrischer Kapazitätstomografie

Michael Weiss¹, Andreas Jess², Gerhard Fischerauer¹

¹*Lehrstuhl für Mess- und Regeltechnik und Zentrum für Energietechnik (ZET),
Universität Bayreuth, Universitätsstraße 30, 95447 Bayreuth*

²*Lehrstuhl für chemische Verfahrenstechnik und Zentrum für Energietechnik (ZET),
Universität Bayreuth, Universitätsstraße 30, 95447 Bayreuth*

Zusammenfassung

Diese Arbeit zeigt eine neue Möglichkeit auf, wie die auf Basis der Elektrischen Kapazitätstomografie (ECT) rekonstruierte Temperaturverteilung in einem zylindrischen Festbett durch Einbezug der physikalischen Eigenschaften des realen Systems besser geschätzt werden kann. Im Gegensatz zu bisherigen Beiträgen wird die radial ortsabhängige Porosität innerhalb der Schüttung bei der Erstellung der zur Rückrechnung verwendeten Empfindlichkeitsmatrix in das zweidimensionale Finite-Elemente-Modell einer ECT-Elektrodenanordnung einbezogen. Dabei wird die gemessene Temperaturabhängigkeit der relativen Permittivität des Schüttguts mittels einer Effektivmedientheorie auf lokale Bereiche konstanter Porosität übertragen, für die sich daraus jeweils ein eigener funktionaler Temperatur-Zusammenhang ergibt. Diese lokal gültigen Temperaturfunktionen fließen mit in das FE-Modell ein, welches in dieselben Porositätsbereiche unterteilt ist. Unter pixelweiser Zuordnung der Temperaturfunktionen wird die Empfindlichkeitsmatrix für zwei Referenztemperaturen bestimmt. Schließlich werden auf dieser Basis verschiedene Rückrechenalgorithmen durch Rekonstruktion simulativ generierter Temperaturverteilungen („Phantome“) miteinander verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Berücksichtigung der lokalen Porositätsunterschiede zu einer Verbesserung der Rückrechenqualität führt und die tatsächliche Temperaturverteilung besser geschätzt werden kann.

Keywords: Elektrische Kapazitätstomografie, Temperaturprofil, Festbett, Effektivmedientheorie, Inverses Problem.

1. Einführung

Die Untersuchung der Temperaturverhältnisse in gasdurchströmten Festbetten ist bereits seit vielen Jahrzehnten Gegenstand wissenschaftlicher Arbeiten [1, 2]. Insbesondere im Bereich der chemischen Verfahrenstechnik spielt die Kenntnis des Wärmetransports und der resultierenden axialen und radialen Temperaturprofile innerhalb zylindrischer Schüttungen eine entscheidende Rolle für den Betrieb von Festbettreaktoren bei stark exothermen, heterogen katalysierten Gasphasenreaktionen. Bisher wurden neben der Messung der Temperatur mithilfe von Thermoelementen verschiedene alternative, zum Teil nichtinvasive Messmethoden erforscht. Darunter befindet sich auch die Elektrische Kapazitätstomografie (ECT), für welche in einer vorangegangenen Arbeit gezeigt wurde, dass das Messverfahren grundsätzlich in der Lage ist, Temperaturgradienten innerhalb einer Schüttung zu erfassen [3]. Dabei wichen allerdings die mittels

der ECT rückgerechneten Temperaturen teils stark von Vergleichswerten ab, die mit Thermoelementen durchgeführt worden sind. Eine Ursache hierfür mag der Umstand sein, dass die Porosität innerhalb zylindrischer Festbetten radial ortsabhängig ist. Damit geht einher, dass auch die Verteilung der relativen Permittivität, welche durch das ECT-Verfahren berechnet wird, jene radiale Ortsabhängigkeit aufweist. Dieser Aspekt wurde jedoch in den bisherigen Untersuchungen vernachlässigt. Dieser Beitrag beschäftigt sich daher damit, wie die Porositätsverteilung eines zylindrischen Festbetts bei der Schätzung der Temperaturverteilung mittels ECT berücksichtigt werden kann, um die Ergebnisqualität zu verbessern.

2. Die Elektrische Kapazitätstomografie

An diesem Messverfahren wird bereits seit einigen Jahrzehnten geforscht, es findet bislang überwiegend zur Überwachung von Mehrphasengemischen in Rohrleitungen auch kommerzielle Anwendung [4, 5].

Der typische Messaufbau eines ECT-Messsystems umfasst eine Elektrodenanordnung, eine Umschaltel Elektronik sowie eine Recheneinheit. Die m Elektroden sind dabei beispielsweise ringförmig um ein Rohr angeordnet. Über die Umschaltel Elektronik wird nacheinander jede der M möglichen unabhängigen Kombinationen von Elektrodenpaaren durchgeschaltet und die Kapazität zwischen den jeweiligen Elektroden über die Beaufschlagung mit einer bekannten Wechselspannung gemessen. Aus den gemessenen Kapazitäten schätzt anschließend die Recheneinheit mittels eines geeigneten Rückrechenalgorithmus die Verteilung der relativen Permittivität $\varepsilon_r(x,y)$ innerhalb des Rohrquerschnitts („Detektionsbereich“).

Für die meisten Rückrechenalgorithmen wird die geometrieabhängige Empfindlichkeitsmatrix $\mathbf{S}$ der Elektrodenanordnung benötigt. Sie beschreibt die Kapazitätsänderungen ΔC infolge lokaler Veränderungen $\Delta \varepsilon_r$ der relativen Permittivität im Detektionsbereich [6]:

$$\frac{\Delta C}{M \times 1} = \mathbf{S} \cdot \frac{\Delta \varepsilon_r}{N \times 1} \quad (1)$$

$\mathbf{S}$ wird in der Praxis simulativ bestimmt, indem die Elektrodenanordnung in einem Finite-Elemente-(FE-)Programm modelliert, der Detektionsbereich in N Pixel diskretisiert und mit einer unteren Referenzpermittivität $\varepsilon_{r,\min}$ belegt wird. Anschließend werden die Pixel nacheinander einzeln mit der gleichen oberen Referenzpermittivität $\varepsilon_{r,\max}$ belegt und jeweils alle M Kapazitäten numerisch berechnet. Aus den bekannten Kapazitäts- und Permittivitätsänderungen werden anschließend M Empfindlichkeitskoeffizienten s für jedes der N Pixel berechnet – die Einträge der $M \times N$ -Matrix $\mathbf{S}$ [7]. Aufgabe der Rückrechenalgorithmen ist dann die Lösung des inversen Problems von Gl. (1). Hierbei werden die Kapazitäten, die Zeilensummen der Empfindlichkeitsmatrix und die Permittivitäten üblicherweise auf einen Wertebereich von 0 bis 1 normiert. Die normierten Größen werden im Nachfolgenden mit $\bar{\lambda}$, $\hat{\mathbf{S}}$ und $\bar{g}$ bezeichnet. In der Literatur ist bereits eine Vielzahl von Rückrechenalgorithmen vorgestellt worden. Für die hier angestellten Betrachtungen wurden zu Vergleichszwecken ein direkter sowie drei etablierte iterative Algorithmen ausgewählt, welche im Folgenden angegeben werden.

Als direktes Verfahren wird die *sensitivity coefficient back-projection* (SBP) nach Kotre [8] und Wang [9] verwendet. Hierbei berechnet sich die normierte Permittivität des k -ten Pixels gemäß

$$g_k \approx \frac{\sum_{j=1}^M \lambda_j \cdot \hat{\mathbf{S}}_{j,k}}{\sum_{j=1}^M \hat{\mathbf{S}}_{j,k}} \quad (2)$$

Die verwendeten iterativen Verfahren sind der *projizierte Landweber-Algorithmus* (PLW) [10]

$$\bar{g}_{i+1} = \bar{g}_i + \alpha \cdot \hat{\mathbf{S}}^T \cdot (\bar{\lambda}^T - \hat{\mathbf{S}} \cdot \bar{g}_i) \quad (3)$$

mit der Projektion für das k -te Pixel

$$P[g_{i+1}^k] = \begin{cases} 0 & \text{falls } g_{i+1}^k < 0 \\ g_{i+1}^k & \text{falls } 0 \leq g_{i+1}^k \leq 1 \\ 1 & \text{falls } g_{i+1}^k > 1 \end{cases} \quad (4)$$

die *iterative Tikhonov-Regularisierung* (ITK) [6]

$$\bar{g}_{i+1} = \bar{g}_i + (\hat{\mathbf{S}}^T \hat{\mathbf{S}} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{S}}^T (\bar{\lambda} - \hat{\mathbf{S}} \cdot \bar{g}_i) \quad (5)$$

sowie die *simultaneous iterative reconstruction technique* (SIRT) [6, 11]

$$\bar{g}_{i+1} = \bar{g}_i - \beta \hat{\mathbf{S}}^T \cdot \frac{\hat{\mathbf{S}} \cdot \bar{g}_i - \bar{\lambda}}{\text{diag}(\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{S}}^T)} \quad (6)$$

Dabei sind α , β und γ Regularisierungs- bzw. Wichtungsparemeter, $\mathbf{I}$ die Einheitsmatrix sowie i der Index des aktuellen Iterationsschritts. Tab. 1 enthält die hier für Berechnungen verwendeten Werte der Parameter.

Tab. 1: Verwendete Parameter für die iterativen Algorithmen

PLW	SIRT	ITK
$\alpha = 1$	$\beta = 1$	$\gamma = 0,1$
jeweils 200 Iterationsschritte		

Für eine tiefergehende Betrachtung des ECT-Verfahrens und der Rückrechenalgorithmen wird an dieser Stelle auf die einschlägige Fachliteratur verwiesen [6, 12].

3. Effektive relative Permittivität relevanter Schüttgüter u. radiales Porositätsprofil

Um mit der ECT auf die Temperaturverteilung innerhalb einer Festbetschüttung schließen zu können, muss die relative Permittivität des Schüttguts ausreichend stark von der Temperatur abhängen. In vorangegangenen Arbeiten wurden bereits verschiedene Nickelkatalysatoren mittels impedimetrischer Messungen auf ihre Temperaturabhängigkeit hin untersucht [3, 13]. Diese konnte zwar nachgewiesen werden, die Form der einzelnen Katalysatorpartikel (nadelförmig, zylindrische Pellets) erschwert jedoch die weiteren Betrachtungen. Daher haben wir auf dieselbe Art und Weise zwei Partikelfraktionen des kugelförmigen, kommerziellen Nickel-Katalysators

Meth135 der Firma Clariant untersucht. Abb. 1 zeigt die ermittelte Temperaturabhängigkeit der effektiven relativen Permittivität $\varepsilon_{r,eff}(\vartheta)$ im Vergleich zu den bisher untersuchten Katalysatoren. Bezogen auf den Wert bei Raumtemperatur hängen die beiden Partikelfraktionen des Meth135 am stärksten von der Temperatur ab, wobei die Kurve der Schüttung aus größeren Partikeln leicht unterhalb der Kurve der kleineren Partikel liegt.

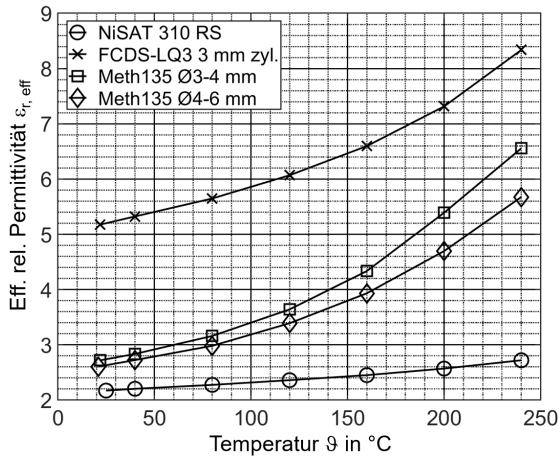


Abb. 1: Temperaturabhängigkeit der eff. rel. Permittivität von Nickel-Trägerkatalysatoren in vollständig oxidiertem Zustand (angelehnt an [3]).

Für alle nachfolgenden Betrachtungen wurde lediglich die Kurve der größeren Fraktion mit Partikeldurchmessern zwischen 4 mm und 6 mm verwendet, da diese den weitaus größeren Teil am gesamten Schüttgut ausmacht und sich daher besser für weiterführende Untersuchungen eignet.

Bei den Katalysatorpartikeln handelt es sich um kugelige, raue, leicht unrunde Partikel. In der Literatur findet man für diesen Fall bei Giese [14] die empirisch ermittelte Näherungsformel für das radiale Porositätsprofil einer in z-Richtung unendlich ausgedehnten, monodispersen Rohrschüttung:

$$\psi(r) = \psi_{\infty} \left(1 + 1,36 \cdot \exp \left[-5 \cdot \frac{R-r}{d_p} \right] \right). \quad (7)$$

Dabei ist ψ_{∞} die Schüttungsporosität der unendlich ausgedehnten Schüttung ohne Wand Einfluss, d_p der Partikeldurchmesser, R der Rohrrinnenradius sowie r die radiale Ortskoordinate mit Ursprung auf der Rohrachse. Aus einer Stichprobe von 100 Partikeln der betrachteten Fraktion hat sich mit einer näherungsweise Normalverteilung für den mittleren Partikeldurchmesser ein Wert von 5,00 mm ergeben, vgl. Abb. 2.

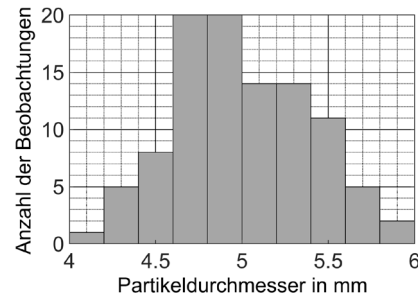


Abb. 2: Verteilung des Partikeldurchmessers der Fraktion Ø4 bis 6 mm von Meth135 in einer Stichprobe von 100 zufällig ausgewählten Partikeln.

Die effektive Bettporosität wurde gemäß der angegebenen Näherungsformel zu

$$\psi_{eff} \approx 1 - \frac{\bar{\rho}_b}{\bar{\rho}_p} = 1 - \frac{1,05 \text{ g/cm}^3}{1,81 \text{ g/cm}^3} \approx 0,42 \quad (8)$$

bestimmt, wobei $\bar{\rho}_p$ die aus der Masse und den aufsummierten Partikelvolumina der Stichprobe errechnete mittlere, scheinbare Partikeldichte und $\bar{\rho}_b$ die aus zehn Wiederholungsmessungen gemittelte Schüttdichte ist [15].

Der Rohrradius wurde im Folgenden zu $R = 20$ mm gewählt, da dies dem Innenwandradius der Temperatur-Messzelle sowie des in Abschnitt 5 gezeigten FE-Modells eines ECT-Messaufbaus entspricht. Die Porosität ψ_{∞} wurde schließlich als frei wählbarer Parameter so gewählt, dass die mit Gl. (7) über

$$\overline{\psi(r)} = \frac{2}{r_{max}^2 - r_{min}^2} \int_{r_{min}}^{r_{max}} r \cdot \psi(r) dr \quad (9)$$

berechnete mittlere Porosität dem Wert aus Gl. (8) entspricht. Dabei wurde $r_{max} = R = 20$ mm sowie $r_{min} = 1,5$ mm gewählt, was dem Radius des keramischen Führungsrohrs im Detektionsbereich des in Abschnitt 5 gezeigten FE-Modells entspricht. Dies führt auf einen Wert von $\psi_{\infty} \approx 0,371$.

Das daraus resultierende Porositätsprofil $\psi(r)$ ist Ausgangspunkt für die Berücksichtigung der lokalen Porositätsunterschiede im Festbett bei der simulativen Generierung der Empfindlichkeitsmatrix. In Abb. 3 ist das berechnete Porositätsprofil unter Vernachlässigung des Einflusses des Führungsrohrs in der Rohrmittte (vgl. Abb. 5) über dem Abstand r zur Rohrachse aufgetragen. An der Rohrwand erreicht die Porosität ihr Maximum, welches in dieser empirischen Näherungsformel unterhalb des idealen Werts von 1 liegt. In Wandnähe nimmt die Porosität zur Schüttungsmittte hin stark ab und strebt gegen den Wert von ψ_{∞} .

Die rote Line in Abb. 3 weist einen treppenförmigen Verlauf auf und stellt die abschnittsweise Mittelung der blauen Kurve innerhalb des Detektionsbereichs des FE-Modells von Abschnitt 5 dar. Dazu wurde der Bereich zwischen $r_{\min}$ und $r_{\max}$ in 20 gleich große Abschnitte („Ringe“) unterteilt, innerhalb derer die Porosität analog zu Gl. (9) gemittelt wurde.

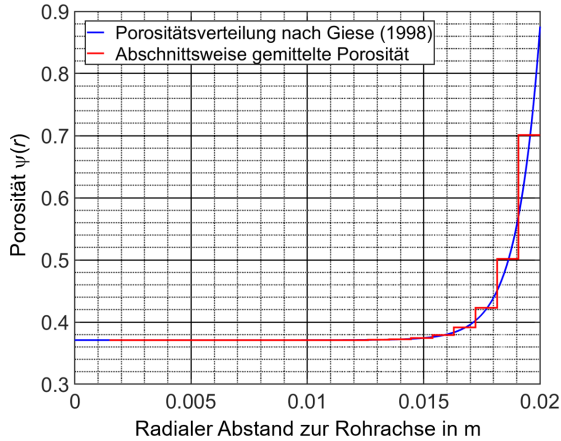


Abb. 3: Auf Basis von stichprobenartigen Partikelmessungen ermitteltes radiales Porositätsprofil für die Partikelfraktion Ø4 bis 6 mm von Meth135.

4. Effektivmedientheorie zur Berücksichtigung lokaler Porositätsunterschiede

Auf Basis der Porositäts-Abschnittswertelwerte lässt sich für jeden Abschnitt eine relative Permittivität abschätzen, welche den jeweiligen Luftanteil in der Schüttung berücksichtigt. Dafür wird eine Effektivmedientheorie benötigt, welche das Verhalten einer dicht gepackten Kugelschüttung möglichst genau beschreibt. Sihvola und Kong [16] haben eine Effektivmedienformel hergeleitet, welche mit einem empirischen Parameter nach Robinson und Friedman [17] auch zufällig und dicht gepackte, monodisperse Kugelschüttungen gut beschreibt. Demnach ergibt sich die effektive rel. Permittivität $\varepsilon_{r,\text{eff}}$ aus der rel. Permittivität der $\varepsilon_{r,p}$ der Partikel und der rel. Permittivität des umgebenden Mediums $\varepsilon_{r,m}$ mit der impliziten Formel

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_m + \frac{f \cdot (\varepsilon_p - \varepsilon_m) \cdot [\varepsilon_m + a \cdot (\varepsilon_{\text{eff}} - \varepsilon_m)]}{\varepsilon_m + a \cdot (\varepsilon_{\text{eff}} - \varepsilon_m) + \frac{1}{3}(\varepsilon_p - \varepsilon_m)}, \quad (10)$$

$$1 - \frac{\frac{1}{3} \cdot f \cdot (\varepsilon_p - \varepsilon_m)}{\varepsilon_m + a \cdot (\varepsilon_{\text{eff}} - \varepsilon_m) + \frac{1}{3}(\varepsilon_p - \varepsilon_m)}$$

wobei $f = 1 - \psi$ der Feststoffanteil im effektiven Medium ist. Robinson und Friedman

schlagen für den Parameter a für dicht gepackte Kugeln einen Wert von $a = 0,2$ vor.

Gl. (10) wurde nun in dieser Arbeit verwendet, um von der gemessenen eff. Permittivität der Schüttung sowie der rel. Permittivität von Luft ($\varepsilon_{r,L} \approx 1$) zunächst auf die unbekannte rel. Permittivität der Partikel zu schließen. Die leichte Polydispersität der Schüttung (vgl. Abb. 2) wird dabei vernachlässigt.

Setzt man also für ε_{eff} die Werte von $\varepsilon_{r,\text{eff}}(\vartheta)$ aus Abb. 1, $\varepsilon_{r,L}$ für ε_m sowie die eff. Bettporosität ψ_{eff} aus Gl. (8) für ψ ein, erhält man durch numerische Lösung für alle betrachteten Temperaturen einen Schätzwert für die rel. Permittivität der Katalysatorpartikel, also den Zusammenhang $\varepsilon_{r,p}(\vartheta)$.

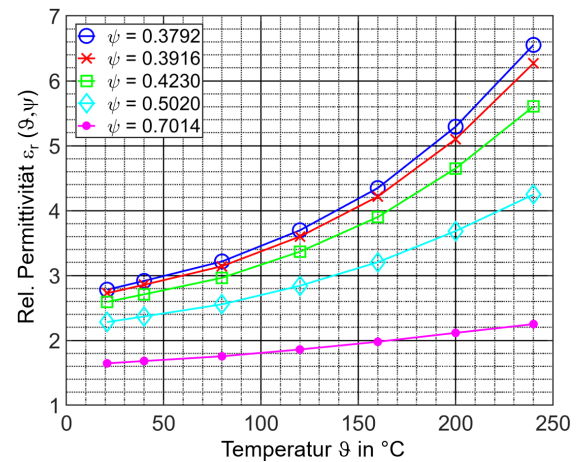


Abb. 4: Auf Basis der Effektivmedientheorie aus Gl. (10) mit $a = 0,2$ berechnetes Kennlinienfeld $\varepsilon_r(\vartheta, \bar{\psi}_i)$ für die Temperaturabhängigkeit der rel. Permittivität in den einzelnen Ringabschnitten aus Abb. 3.

Dieser Temperatur-Zusammenhang wird nun wiederum in Gl. (10) eingesetzt, wobei nun die rel. Permittivität des effektiven Mediums für beliebige Porositäten berechnet werden kann. Dies geschieht nun mit den abschnittsweise berechneten mittleren Porositäten aus Abb. 3, sodass für jeden der 20 über den Radius des Detektionsbereichs verteilten Abschnitte eine eigene Temperaturfunktion für die lokal vorherrschende rel. Permittivität berechnet wird. Es ergibt sich insgesamt ein Kennlinienfeld $\varepsilon_r(\vartheta, \bar{\psi}_i)$, welches sowohl von der Temperatur ϑ als auch von der lokalen mittleren Porosität $\bar{\psi}_i$ im Bereich i abhängt.

Da sich die Porosität nur in Wandnähe erkennbar ändert, kommt es auch nur dort zu großen Unterschieden der rel. Permittivität. Abb. 4 zeigt daher nur die Kurven von $\varepsilon_r(\vartheta, \bar{\psi}_i)$, welche zu den fünf Abschnitten

gehören, die der Wand am nächsten sind. Die Abbildung verdeutlicht, dass die rel. Permittivität an der Rohrwand infolge des hohen Luftanteils nur noch eine sehr schwache Temperaturabhängigkeit aufweist, wohingegen die letztere in der Schüttungsmitte noch höher ist, als $\varepsilon_{r,eff}(\vartheta)$ aus Abb. 1 zunächst hätte vermuten lassen.

5. Generierung einer porositätssensitiven Empfindlichkeitsmatrix

Um die lokalen Porositätsunterschiede auch in der ECT-Rückrechnung zu berücksichtigen, wird zunächst das zweidimensionale FE-Modell an einen bereits realisierten ECT-Aufbau angepasst. Das Modell unterscheidet sich von der bisherigen Arbeit [3] dadurch, dass der Detektionsbereich in dieselben 20 ringförmigen Abschnitte unterteilt wird, wie dies bereits in Abb. 3 bei der Berechnung der lokalen mittleren Porositäten erfolgt ist.

Abb. 5 zeigt das in der Software Ansys Mechanical APDL erstellte Flächenmodell des Detektionsbereichs vor der Vernetzung mit dem modellierten, luftgefüllten (rot) Keramikrohr (grün) im Zentrum sowie der Rohrwand (beige, äußerster Ring) und zwölf Elektroden (ockerfarben) an der Außenwand. Die 20 Ringe des Detektionsbereichs werden für bessere Lesbarkeit mit zwei verschiedenen Blautönen dargestellt. Nach Vernetzung enthält dieser Bereich insgesamt 2780 Pixel, welche ringweise ausgewählt und mit unterschiedlichen Permittivitäten belegt werden können.

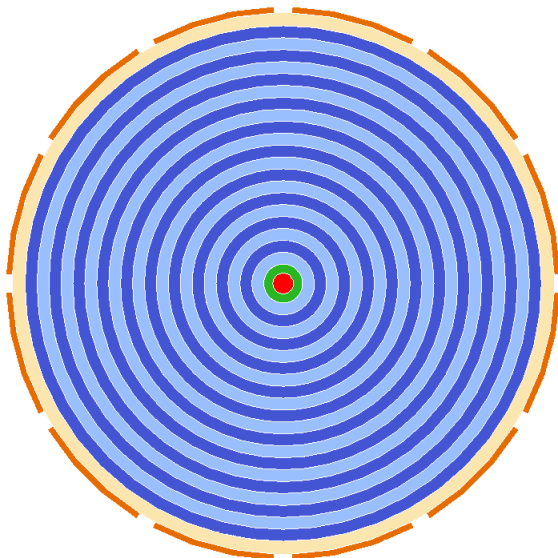


Abb. 5: Flächenmodell des Detektionsbereichs vor der Vernetzung. Zu den Farben siehe Erklärung im Text.

Zu Vergleichszwecken sind zwei verschiedene Empfindlichkeitsmatrizen, auf die in Abschnitt 2 geschilderte Weise generiert worden. Dabei galt in beiden Fällen, dass die untere Referenzpermittivität $\varepsilon_{r,min}$ dem Wert von Meth135 bei Raumtemperatur (21 °C) und die obere Referenzpermittivität $\varepsilon_{r,max}$ einer Katalysatortemperatur von 200 °C entsprechen soll. Im ersten Fall wurde jedoch für die Belegung der einzelnen Pixel des Detektionsbereichs jeweils eine konstante, ortsunabhängige rel. Permittivität vorgegeben, die den Werten von $\varepsilon_{r,eff}(\vartheta)$ für die Partikelfraktion Ø4 mm bis 6 mm in Abb. 1 entspricht. Dies entspricht dem üblichen Vorgehen beim ECT-Verfahren.

Im zweiten Fall wurde vor der Belegung eines Pixels geprüft, in welchem Ring i des Detektionsbereichs sich das Pixel befindet, um es dann mit der rel. Permittivität aus dem Kennlinienfeld $\varepsilon_r(\vartheta = 200\text{ °C}, \bar{\psi}_i)$ zu belegen. Alle anderen Pixel sind dabei entsprechend ihrer Position mit $\varepsilon_r(\vartheta = 21\text{ °C}, \bar{\psi}_i)$ belegt.

In Abb. 6 sind die niedrigen und hohen Referenzpermittivitäten über dem radialen Abstand zur Rohrachse aufgetragen. Es lässt sich erkennen, dass die Empfindlichkeit auf Permittivitätsänderungen an der Rohrwand über- und im Schüttungskern unterschätzt wird, wenn die radiale Ortsabhängigkeit der Schüttungsporosität bei der Erstellung der Empfindlichkeitsmatrix vernachlässigt wird.

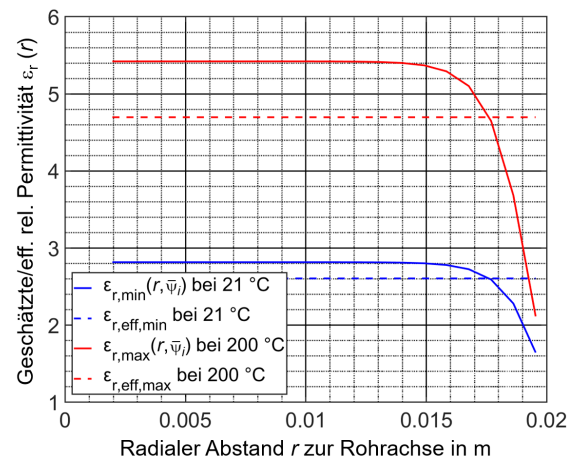


Abb. 6: Für die Generierung der Empfindlichkeitsmatrix verwendete Referenzpermittivitäten, aufgetragen über dem radialen Abstand zur Rohrachse.

6. Rückrechnung simulativ generierter Temperaturverteilungen

Um die Rückrechenqualität objektiv beurteilen zu können, muss die zu rekonstruierende Permittivitätsverteilung bzw. hier Temperaturverteilung bereits im Voraus bekannt sein. Dazu werden mithilfe des FE-Modells

Temperaturverteilungen simulativ generiert (sog. „Phantome“). Dabei werden die Ringe des Detektionsbereichs mit der Permittivitätsverteilung gemäß des Kennlinienfelds $\varepsilon_r(\vartheta, \bar{\psi}_i)$ belegt, welche dem gewünschten Temperaturprofil entspricht. Damit wird die Ortsabhängigkeit der Porosität berücksichtigt, denn diese ist auch in einer realen Messung vorhanden und hat einen unvermeidbaren Einfluss auf die gemessenen Kapazitäten. Um alle Ringe für beliebige Temperaturwerte mit den korrespondierenden rel. Permittivitäten belegen zu können, werden alle Temperaturkurven des Kennlinienfelds mit Polynomen 3. Ordnung interpoliert, so wie dies für die eff. rel. Permittivität bereits in einer vorangegangenen Arbeit getan wurde [3].

Abb. 7 zeigt die für die Beurteilung verwendeten Temperaturphantome und deren zugehörige Permittivitätsverteilungen. Die Phantome entsprechen jeweils einem linearen, einem quadratischen sowie einem kubischen Temperaturprofil. Die minimale Temperatur beträgt jeweils $\vartheta_{\min} = 100^\circ\text{C}$ und tritt im Falle des linearen Profils im innersten Ring des Detektionsbereichs, in den anderen beiden Fällen auf der Rohrachse ($r = 0$) auf. Die maximale Temperatur beträgt jeweils $\vartheta_{\max} = 200^\circ\text{C}$ und tritt jeweils im äußersten Ring des Detektionsbereichs auf.

Für die Auftragung der Temperaturen und Permittivitäten über dem Abstand r zur Rohrachse wurden jeweils die Abschnittsmittelpunkte der einzelnen Ringabschnitte verwendet.

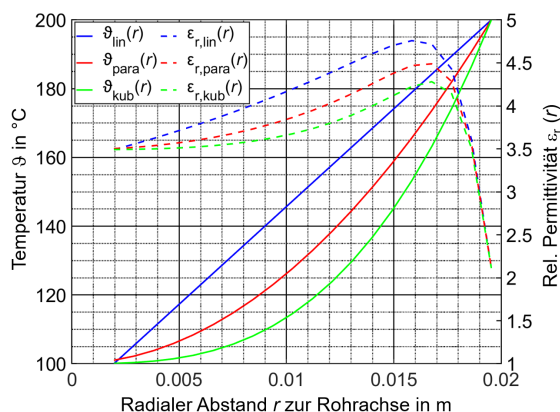


Abb. 7: Für die Beurteilung der Rückrechnungsqualität verwendete Temperaturphantome sowie zugehörige Permittivitätsverteilungen, welche sich durch Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der Porosität ergeben.

7. Ergebnisse der Temperaturschätzung

Die Temperaturumrechnung der aus der ECT erhaltenen normierten Pixel-Permittivitäten er-

folgt ebenfalls analog zu der vorangegangenen Arbeit [3]: die entsprechende $\varepsilon_{r,\text{eff}}(\vartheta)$ -Kurve aus Abb. 1 bzw. die Kurven des Kennlinienfelds $\varepsilon_r(\vartheta, \bar{\psi}_i)$ werden einzeln jeweils auf einen Wertebereich von 0 bis 1 normiert. Anschließend werden die Kennlinien invertiert und erneut durch Polynome 3. Grades interpoliert, in welche schließlich die berechneten normierten Pixel-Permittivitäten eingesetzt werden, um die Pixel-Temperaturen zu berechnen.

Abb. 8 vergleicht die geschätzten Temperaturverteilungen am Beispiel des PLW-Algorithmus. Dabei entsprechen die durchgezogenen Linien dem vorgegebenen linearen (blau), quadratischen (rot) und kubischen (grün) Temperaturphantom. Die fein gepunkteten Linien entsprechen der jeweils geschätzten Temperaturverteilung, wenn die Empfindlichkeitsmatrix verwendet wird, welche auf Basis der konstanten, ortsunabhängigen Referenzpermittivitäten erstellt wurde. Die gestrichelten Linien ergeben sich, wenn mit der Empfindlichkeitsmatrix gerechnet wird, welche die Ortsabhängigkeit der Porosität des Festbetts berücksichtigt.

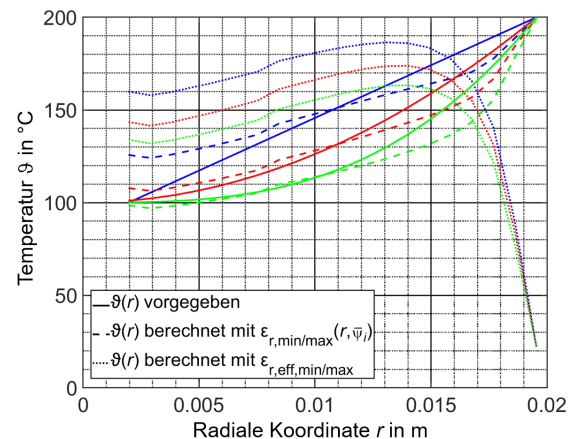


Abb. 8: Vorgegebene Temperaturphantome sowie mit und ohne Berücksichtigung der Ortsabhängigkeit der Porosität des Festbetts unter Verwendung des PLW-Algorithmus geschätzte Temperaturverteilungen (linear = blau, quadratisch = rot, kubisch = grün).

Es ist erkennbar, dass es bei Verwendung konstanter Referenzpermittivitäten nach Rückrechnung im Wandbereich zu einer deutlichen Unterschätzung der relativen Permittivität und damit der vorherrschenden Temperatur kommt. In der Schüttungsmitte wird die Temperatur hingegen überschätzt. Dieses Verhalten folgt aus unmittelbar aus der Betrachtung von Abb. 6 und Abb. 7.

Berücksichtigt man bei der Rückrechnung jedoch die porositätsbedingte Ortsabhängigkeit der Referenzpermittivitäten, wird das vorgegebene Temperaturphantom gut aus den Phantomkapazitäten berechnet. Lediglich beim linearen Temperaturprofil kommt es zu einer größeren Abweichung in der Mitte der Schüttung. Die anderen Rückrechenalgorithmen liefern überwiegend ähnliche Ergebnisse für die betrachteten Fälle.

Um die Qualität der Rückrechnung bewerten zu können, wird der in der Literatur übliche Bildfehler (*image error*, *IE*) [6]

$$IE = \frac{\|\hat{\vartheta} - \bar{\vartheta}\|}{\|\bar{\vartheta}\|} \quad (11)$$

mit den Vektoren der geschätzten Pixel-Temperaturen $\hat{\vartheta}$ sowie der vorgegebenen Pixel-Temperaturen $\bar{\vartheta}$ des jeweiligen Temperaturphantoms, verwendet. Außerdem wird der Korrelationskoeffizient

$$CC = \frac{\sum_{n=1}^N (\hat{\vartheta}_n - \bar{\vartheta})(\vartheta_n - \bar{\vartheta})}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{\vartheta}_n - \bar{\vartheta})^2 \cdot \sum_{n=1}^N (\vartheta_n - \bar{\vartheta})^2}} \quad (12)$$

herangezogen [6]. Hierbei stellen $\bar{\vartheta}$ und $\bar{\vartheta}$ die Mittelwerte aller jeweiligen Pixel-Temperaturen dar, n ist der Pixel-Index.

Tabelle 2 stellt die berechneten Bildfehler und Korrelationskoeffizienten für die verwendeten Rückrechenalgorithmen sowohl für den Fall konstanter also auch für den Fall ortsabhängiger Referenzpermittivitäten gegenüber.

Tab. 2: Rückrechenqualität verschiedener Algorithmen bei Vernachlässigung bzw. Berücksichtigung der radialen Porositätsunterschiede im Festbett.

	$\varepsilon_{r,\text{eff,min/max}}$		$\varepsilon_{r,\text{min/max}}(r, \bar{\psi}_i)$	
Alg.	IE / %	CC / %	IE / %	CC / %
Lineares Temperaturprofil				
SBP	31,55	-69,67	8,67	96,28
PLW	41,20	-54,54	6,67	93,47
SIRT	50,80	-36,47	14,07	72,67
ITK	15,74	-50,53	12,87	71,03
Parabolisches Temperaturprofil				
SBP	35,43	-78,84	8,73	99,14
PLW	44,68	-63,22	7,00	94,94
SIRT	54,00	-43,82	16,54	73,96
ITK	17,09	-59,23	13,72	78,66
Kubisches Temperaturprofil				
SBP	38,77	-86,08	8,78	99,65
PLW	47,78	-72,13	8,46	94,95
SIRT	56,70	-51,85	18,75	73,09
ITK	18,21	-67,90	14,60	81,53

Der Vergleich der Werte verdeutlicht, dass insbesondere der direkte SBP-Algorithmus sowie der iterative PLW-Algorithmus zu den qualitativ besten Rückrechenergebnissen führen. Die in Abb. 8 ersichtlichen Abweichungen führen für den Fall konstanter Referenzpermittivitäten zu großen Bildfehlern und geringeren Korrelationskoeffizienten. Letztere weisen hier ein negatives Vorzeichen auf, was daher rührt, dass die rückgerechneten Pixel-Temperaturen in Wandnähe stark absinken, obwohl die wahre Verteilung einen Temperaturanstieg vorgibt.

Insgesamt lässt sich zusammenfassen, dass die vorgestellte Methode die Rückrechnung auf Permittivitäts- und Temperaturverteilungen in Rohrschüttungen aus kugeligen Partikeln, in denen die radiale Porositätsverteilung in Wandnähe eine starke Ortsabhängigkeit aufweist, erheblich verbessert.

8. Fazit

Es konnte anhand simulationsbasierter Untersuchungen gezeigt werden, dass die Berücksichtigung des Porositätsprofils eines Festbetts aus kugeligen Partikeln bei der Generierung der Empfindlichkeitsmatrix potenziell zu einer signifikanten Verbesserung der Schätzung der Temperaturverteilung mittels ECT beitragen kann. Insbesondere bei thermischen Laborversuchen mit gasdurchströmten Schüttungen hat die radiale Ortsabhängigkeit der Festbettporosität einen unvermeidbaren Einfluss auf die aufgenommenen Messdaten. Falls es gelingt, die physikalischen Eigenschaften des vorliegenden Messaufbaus detailgetreu mit der Finite-Elemente-Methode zu modellieren sowie Störeinflüsse beispielsweise durch Schirmung sowie Signalverarbeitung weitestgehend zu eliminieren, kann der hier vorgestellte Ansatz zu einer erheblichen Verbesserung der Rückrechenqualität beitragen.

Danksagung

Die Autoren danken dem Bayerischen Staatsministerium für Wissenschaft und Kunst für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Graduiertenkollegs „Energieautarke Gebäude“ der Technologieallianz Oberfranken (TAO).

Literaturnachweis

- [1] A.P. de Wasch, G.F. Froment, *Chem. Eng. Sci.* 27, 567-576 (1972); doi: 10.1016/0009-2509(72)87012-X
- [2] A. Zenner *et al.*, *Chem. Eng. Sci.* 201, 424-436 (2019); doi: 10.1016/j.ces.2019.02.028
- [3] M. Weiss, A. Fischerauer, A. Jess, G. Fischerauer, *Meas. Sci. Technol.* 35, 095407 (2024); doi: 10.1088/1361-6501/ad5224

- [4] S.M. Huang, A.B. Plaskowski, C.G. Xie, M.S. Beck, *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 22, 173-177 (1989); doi: 10.1088/0022-3735/22/3/009
- [5] H. Wang, W. Yang, *Appl. Therm. Eng.* 176, 115311 (2020); doi: 10.1016/j.applthermaleng.2020.115311
- [6] W. Q. Yang, L. Peng, *Meas. Sci. Technol.* 14, R1-R13 (2003); doi: 10.1088/0957-0233/14/1/201
- [7] Q. Marashdeh, F.L. Teixeira, *IEEE T. Magn.* 40, 1204-1207 (2004); doi: 10.1109/TMAG.2004.825039
- [8] C.J. Kotre, *Physiol. Meas.* 15, A125-A134 (1994); doi: 10.1088/0967-3334/15/2A/017
- [9] M. Wang, *Meas. Sci. Technol.* 13, 101-117 (2002); doi: 10.1088/0957-0233/13/1/314
- [10] W.Q. Yang, S. Liu, *Electron. Lett.* 35, 313-317 (1999); doi: 10.1049/el:19990246
- [11] B. Su *et al.*, *Chem. Eng. J.* 77, 37-41 (2000); doi: 10.1016/S1385-8947(99)00134-5
- [12] W. Yang, *Meas. Sci. Technol.* 21, 042001 (2010); doi: 10.1088/0957-0233/21/4/042001
- [13] M. Weiss, A. Jess, G. Fischerauer, *Proc. SMSI 2023 Conf.: Sensor and Measurement Science Int. (Nuremberg, Germany)*, 259-260 (2023); doi: 10.5162/SMSI2023/E5.3
- [14] M. Giese, Dissertation, TU München (1998)
- [15] M. Stieß, *Mechanische Verfahrenstechnik – Partikeltechnologie* 1, 3. Aufl., Springer-Verlag, Berlin (2009); doi: 10.1007/978/3-540-32552-9
- [16] A.H. Sihvola, J.A. Kong, *IEEE T. Geosci. Remote* 26, 420-429 (1988); doi: 10.1109/36.3045
- [17] D.A. Robinson, S.P. Friedman, *Physica A* 358, 447-465 (2005); doi: 10.1016/j.physa.2005.03.054