

Korrelationsanalyse

Die Übertragungsfunktion von LTI-Systemen kann durch das Faltungsintegral vollständig beschrieben werden.

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (1)$$

Dabei ist $h(t)$ die Übertragungsfunktion und $x(t)$ bzw. $y(t)$ sind das Ein- bzw. Ausgangssignal.

Das Wiener-Chintschin-Theorem beschreibt den Zusammenhang der Autokorrelationsfunktion (AKF) eines Signals mit dessen Leistungsdichtespektrum über die Fouriertransformation wie folgt:

$$S_{xx} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx} \cdot e^{j\omega t} dt \quad (2)$$

Daraus folgt für die Kreuzkorrelationsfunktion analog

$$S_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy} \cdot e^{j\omega t} dt \quad (3)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (1) erhält man den Zusammenhang zwischen Autokorrelationsfunktion am Eingang und der Kreuzkorrelationsfunktion aus Eingangs- und Ausgangssignal.

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\vartheta) R_{xx}(\tau - \vartheta) d\vartheta \quad (4)$$

Wird bei der Messung weißes Rauschen als Eingangssignal $x(t)$ verwendet, gestaltet sich die notwendige Rückfaltung besonders einfach. In der Praxis hat sich drüber hinaus der Einsatz von PN-Signalen gegenüber "echtem" Rauschen als vorteilhaft erwiesen, da bei diesen eine konstante Spektralleistungsdichte S_0 aus Gründen einer unzureichenden Parameterstabilität und zeitlichen Reproduzierbarkeit mit Schwierigkeiten verbunden ist. Die Autokorrelationsfunktion kann auf Grund der Ausblendeigenschaften zu einer Deltafunktion vereinfacht werden. Somit gilt für die AKF und die KKF:

$$R_{xx} = S_0 \delta(\tau) \quad (5)$$

$$R_{xy} = S_0 h(\tau) \quad (6)$$

Der Frequenzgang kann dann mit

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{S_{xy}(j\omega)}{S_0} \quad (7)$$

ermittelt werden. Durch die Verwendung der Kreuzkorrelationsfunktion wird der Messvorgang robuster gegenüber Fehlern und Störeinflüssen [4].

Fast Walsh-Hadamard Transformation (FWHT)

Die Hadamard-Transformation, auch Walsh-Hadamard-Transformation (WHT) genannt, ist eine diskrete Transformation aus dem Bereich der Fourier-Analyse. Sie ist eine orthogonal-symmetrische, selbstinverse und lineare Transformation und in ihrer Struktur verwandt mit der diskreten Fourier-Transformation (DFT). Die Hadamard-Transformation bildet einen Satz von 2^m reellen oder komplexen Eingangswerten in einen Bildbereich aus überlagerten Walsh-Funktionen ab. Dieser Bildbereich wird als Walsh-Spektrum bezeichnet. Parallel zur Fourier-Transformation können auch hier Signale vom Zeit- in den Frequenzbereich transformiert werden. Im Gegensatz zur Fouriertransformation handelt es sich nicht um eine Integraltransformation auf Basis der Sinus- bzw. Cosinusfunktion, sondern um eine Variante auf Basis der Rechteckfunktion. Indem die Äquivalenz zwischen Maximalsequenzen und der Walsh-Hadamard-Transformationsmatrix ausgenutzt wird, können Kreuzkorrelationen zwischen einem Datenvektor und einer binären Maximalfolge mit Hilfe dieser durchgeführt werden. Die Anzahl der Rechenoperationen für eine einfach implementierte KKF oder eine WHT steigt quadratisch mit der Anzahl der zu verarbeitenden Elemente. Jedoch kann eine WHT, analog zur Fouriertransformation, auch als FWHT implementiert werden, was zu einer deutlichen Reduzierung des Rechenaufwandes führt. Des Weiteren besteht der gesamte Algorithmus der WHT sowie der FWHT nur aus Additions- und Subtraktionsoperationen, was die Komplexität der Datenverarbeitung weiter reduziert [5] [6]. Mit Hilfe der FWHT wird der Aufwand einer Korrelationsberechnung von N^2 zu $N \cdot \log(N)$ Rechenschritten, sowie zwei Umsortierungen von N Elementen, verringert. Jedoch müssen dafür unter Umständen über einen großen Speicherbereich hinweg auf einzelne Datensätze Lese- sowie Schreibzugriffe ausgeführt werden. Daher wird bei großen Blocklängen N ein immer größerer, einzeln adressierbarer Speicher benötigt. Um den Vorteil des FWHT-Verfahrens voll ausnutzen zu können, muss somit entsprechend Speicherplatz für die Daten sowie für die Permutationsmatrizen vorgehalten werden.

Modell des Stapes-Ringband-Systems

Der Steigbügel (lat. Stapes) sitzt mit seiner Fußplatte im ovalen Fenster der Cochlea. Dort ist er durch das Ringband (lat. ligamentum annulare) schwingfähig aufgehängt. Eine Krafteinwirkung auf den Stapes und die damit verbundene Auslenkung verursacht bei den infinitesimalen Ringbandelementen eine differentielle Kraftwirkung dF in y -Richtung hervor. Außerdem wird eine Momentenwirkung dM in radialer Richtung verursacht. Diese führt ebenfalls zu einer Kraft auf das jeweilige Element in y -Richtung. Lauxmann hat zur Berechnung des Systems in seiner Arbeit [7] zur Modellierung den Stapes in 8 Sektoren aufgeteilt, welche jeweils auf einer Schraubfeder gelagert sind. Diese können

jeweils als gedämpfter Feder-Masse-Schwinger angesehen werden. Innerhalb der Segmente kann eine konstante Steifigkeit angenommen werden.

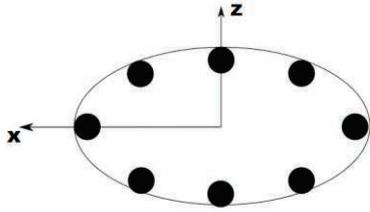


Abb. 2: Lage der Schraubenfedern am Stapesumfang

Für die Federn gelten jeweils die Kräfte und Momenten-gleichgewichte:

$$F_y = \sum_{i=1}^8 F_i$$

$$M_x = - \sum_{i=1}^8 z_i F_i + \bar{M}_x$$

$$M_z = - \sum_{i=1}^8 z_i F_i + \bar{M}_z$$

(8)

Die Translationsfedern bestehen dabei aus den mechanischen Bauelementen Dämpfer und Steifigkeit in Parallelschaltung. Für die Ersatzschaltung wird die Masse der Stapesfußplatte zu gleichen Teilen auf die Segmente verteilt.

Im Vergleich zu anderen nichtlinearen Modellen in der Literatur [8] [9] kann das Modell von Lauxmann um einen beliebigen Arbeitspunkt linearisiert werden [7].

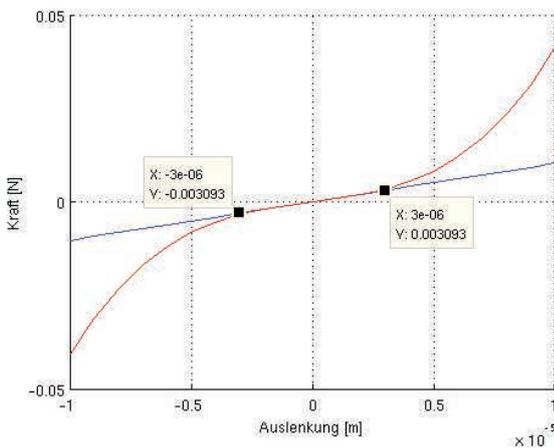


Abb. 3: Vergleich lineare und nichtlineare Kennlinie

Mittels elektromechanischer Analogie kann ein Ersatzschaltbild für jedes Segment aufgestellt werden. Abb. 4 zeigt das mechanische Ersatzschaltbild des Feder-Masse-Schwingers. Dieses enthält die Masse m , die Federkonstante k und die Dämpfungskonstante r . Aus diesem kann ein elektrisches Ersatzschaltbild abgeleitet werden in dem

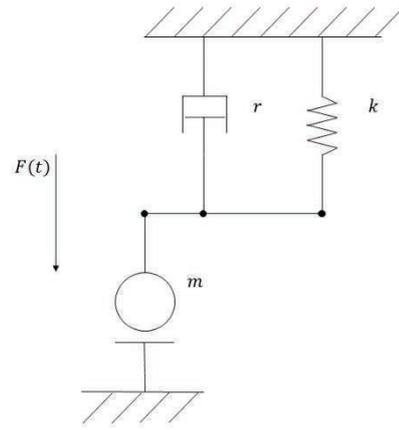


Abb. 4: Mechanisches Ersatzschaltbild

F die Kraft und v die Schnelle sind, wie in Abb. 5 dargestellt ist.

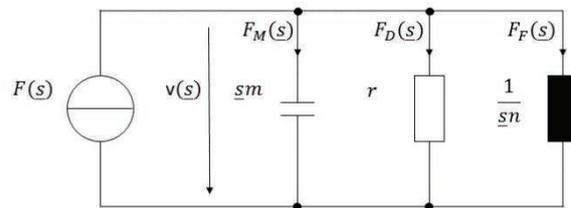


Abb. 5: Elektrisches Ersatzschaltbild

Durch ein Netzwerk, in dem die einzelnen Segmente parallelgeschaltet werden, kann so das Verhalten des Stapes-Ringband-Systems in der Simulation untersucht werden.

Ergebnisse der Simulation

Änderung der Resonanzfrequenz

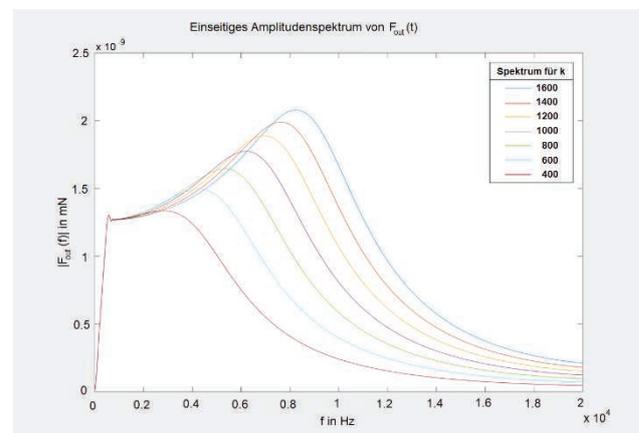


Abb. 6: Veränderung des Frequenzgangs in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

In Abb. 6 sind die Spektren aus der Simulation für verschiedene Federsteifigkeiten dargestellt. In den Simulationsergebnissen wird deutlich, warum eine breitbandige Messung gegenüber einem hochresonanten Messsystem von Vorteil ist. Wie erwartet steigt die Resonanzfrequenz mit zunehmendem k . Durch die breitbandige Messung kann diese Resonanzfrequenz problemlos ermittelt und so die Steifigkeit quantifiziert werden.

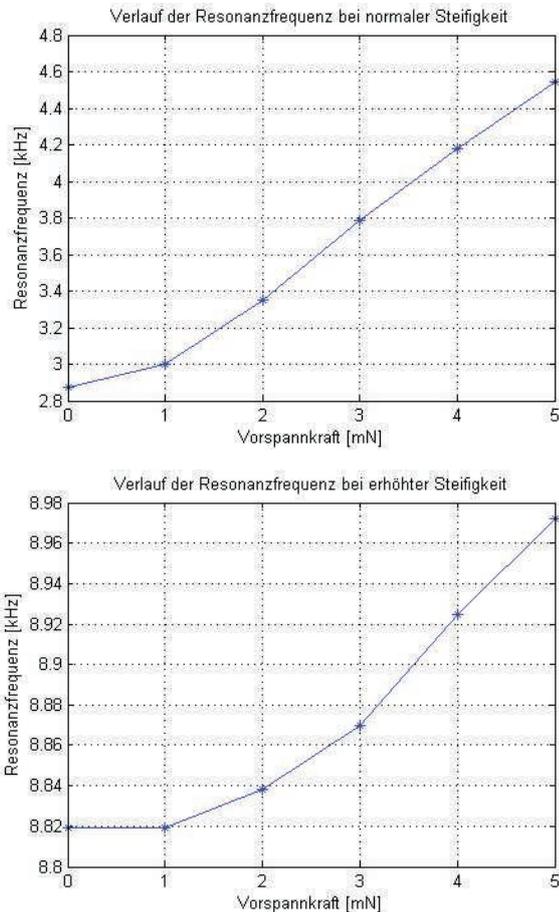


Abb. 7: Vergleich der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Vorspannkraft

In einer weiteren Untersuchung wurde die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Vorspannkraft untersucht. Indem die Sondennadel mit einer bestimmten Kraft auf die Stapesfußplatte aufgesetzt wird bewirkt dies eine Auslenkung. In der Simulation wird diese eine Vorspannung der Feder. Dadurch wird die Nulllage der Schwingung sowie der Arbeitspunkt des Systems verschoben. Um keine zusätzlichen Verletzungen zu riskieren muss diese Aufsetzkraft auf 5 mN begrenzt werden. In Abb. 7 sieht man, dass die Resonanzfrequenz zunimmt mit steigender Vorspannkraft. Es kann außerdem erkannt werden, dass der Einfluss der Vorspannung bei einem gesunden, nicht versteiften Ringband größer ist als bei einem versteiftem Ringband. Daher empfiehlt es sich bei der Konstruktion einer Messsonde die Aufsatzkraft ebenfalls zu ermitteln. So können gegebenenfalls Fehldiagnosen vermieden werden.

Robustheit der PN-Korrelationsanalyse

Für die Untersuchung der Korrelationsmesstechnik in Matlab wurde als Testobjekt die Übertragungsfunktion eines Kanals als Filter modelliert. In diesem Fall wurde ein Bandpassfilter als Chebyscheff-Filter 2. Ordnung mit einem Stopband-Ripple von 20dB und einem Passband-Ripple von 1dB verwendet. Das Messsignal sind PN-Signale, die mit 48kHz abgetastet wurden, und deren LSFR-Clock ebenfalls die Frequenz von 48kHz hat. Die Störsignale sind zum einen ein Rauschsignal. Des Weiteren werden Sinustöne und Sinussweep eingesetzt. Um den Einfluss impulshafter Störungen zu untersuchen kommt außerdem noch ein Dirackamm zum Einsatz. Als Anregungssignal wurde ein PN-Signal mit $n = 12$ eingesetzt. Die Messzeit für die Analyse beträgt jeweils 500 Perioden des PN-Signals.

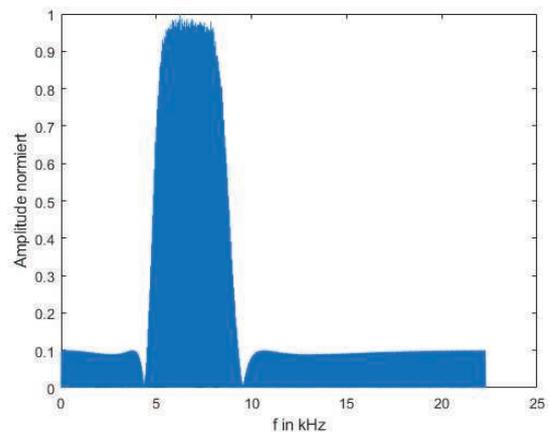


Abb. 8: Gemessener Frequenzgang des ungestörten Kanals

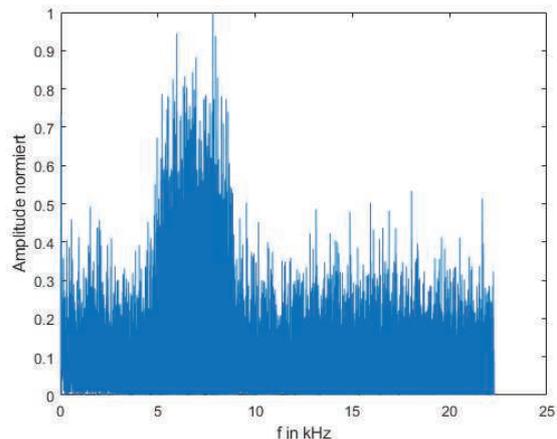


Abb. 9: Störung mit unkorreliertem Rauschen; SNR -13,9 dB

Es konnte gezeigt werden, dass die PN-Korrelationsanalyse sehr gute Ergebnisse liefert, auch bei Kanalstörungen durch unkorreliertes Störgeräusch (siehe Abb. 9), zeitlich veränderliche tonale Störungen (siehe Abb. 10) oder impulsartige Störsignale. Bei zeitlich invarianten

monofrequenten Störsignalen kann es jedoch zu Messfehlern kommen. Dies hängt vor allem davon ab, ob die Störfrequenz gleich einer Frequenz des Linienspektrums des PN-Signals ist oder nicht wie in Abb. 11 zu sehen ist.

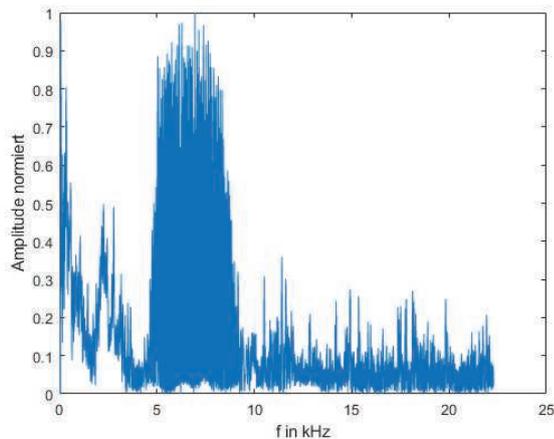


Abb. 10: Störung mit Sinussweep;
Verhältnis Signal- zu Störampplitude 1:15

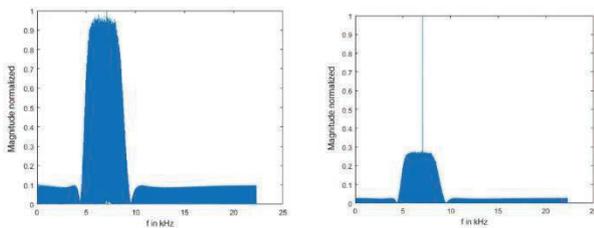


Abb. 11: Störung durch monofrequente Sinusschwingung
bei 7001 Hz (links) und 7000 Hz (rechts)

Implementierung in ARM Cortex M4

Zur Evaluation wurden verschiedene Korrelationsmessalgorithmen auf einem Entwicklungsboard ATSAM4S-EK2 implementiert und miteinander verglichen. Neben der Genauigkeit der Messung wurde untersucht, wieviel Zeit die Algorithmen für die Datenverarbeitung auf einem ARM Cortex M4 benötigen. Der erste Algorithmus beinhaltet dabei nur die AKF des Ausgangssignals, wobei davon ausgegangen wurde, dass das Eingangssignal ein optimales weißes Rauschen ist. Beim zweiten Algorithmus (Ref, InvS) wurde die Kreuzkorrelation aus Ein- und Ausgangssignal als Referenz für die Berechnung benutzt. Der dritte Algorithmus (Ref,Part) nutzt nur eine partielle Kreuzkorrelation. Die Grundlage dafür bildet die Annahme, dass vom Korrelationsmaximum weit entfernte Bereiche durch das numerische Verfahren und statistische Bindungen Werte ungleich Null annehmen, welche als Fehler betrachtet werden können. Der vierte Algorithmus nutzt die FWHT zur Berechnung der Korrelationen.

Als Übertragungskkanäle für die Tests dienten ein analoger Bandpassfilter und ein Schwingtisch der Firma SPEKTRA vom Typ SE09 welcher mit einem MEMS-Sensor ADXL203

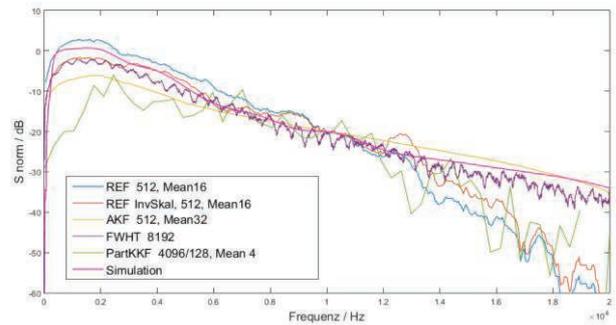


Abb. 12: Messergebnisse der Bestimmung des Frequenzgangs eines analogen Bandpasses

vermessen wurde. Abb. 12 zeigt die Messergebnisse der verschiedenen Algorithmen im Vergleich zum theoretischen Simulationsergebnis des Frequenzgangs des Bandpassfilters. Es ist zu erkennen, dass der Messfehler beim Algorithmus mit partieller KKF recht groß ist, was darauf zurückzuführen ist, dass der minimale Abstand vom Korrelationsmaximum nicht genau genug berechnet wurde. Die anderen Algorithmen liefern gute Ergebnisse. Da diese Messung ohne weitere Störungen durchgeführt wurde, liefert auch der AKF-Algorithmus gute Ergebnisse. Bei der FWHT ist eine Welligkeit zu erkennen. Diese ist auf zuvor beschriebene Grundlage der Rechteckfunktion des Algorithmus zurückzuführen.

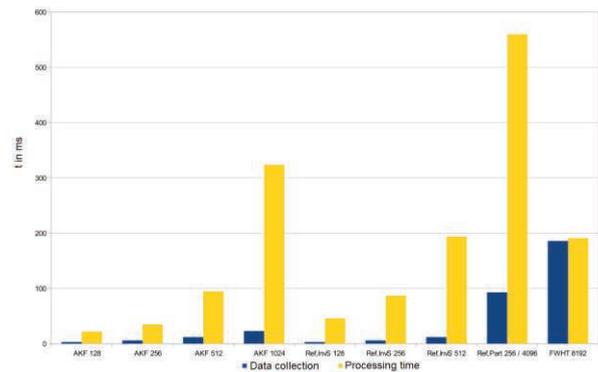


Abb. 13: Vergleich Zeitaufwand von Datenakquise und -verarbeitung

In Abb. 13 ist der Zeitaufwand der Datenakquise und der Datenverarbeitung der verschiedenen Algorithmen mit unterschiedlichen Fenstergrößen für jeweils ein Fenster gegenübergestellt. Die Zeit für die Aufnahme der Daten ist dabei vor allem von der Fenstergröße abhängig. Der Vorteil der FWHT wird hier ersichtlich, da mit relativ großen Fenstern gearbeitet werden kann. Da die Verarbeitungszeit nur unwesentlich länger ist, kann das Ergebnis recht schnell ausgegeben werden. Da die Messungen mit FWHT auch sehr genau sind, sollte diese Methode bei einer Messsonde bevorzugt eingesetzt werden. Die Welligkeit im Spektrum kann durch geeignete Anpassung und Glättung in Zukunft noch weiter vermindert werden. Obwohl der AKF-Algorithmus bei den ersten Messungen gut abgeschnitten hat, sollte auf Grund der Störanfälligkeit von einem Einsatz in der Praxis eher abgesehen werden. Die anderen Algorithmen sind

auf Grund der hohen Ressourcennutzung ebenfalls eher ungeeignet.

Zusammenfassung und Ausblick

Die Autoren haben gezeigt, dass sich die Pseudo-Random-Korrelationsmesstechnik sehr gut eignet, um in einer handgeführten Messsonde zur Bestimmung der Stapesbeweglichkeit eingesetzt zu werden. Die Vorteile sind die Breitbandigkeit, die Robustheit gegenüber vielen Arten von Störsignalen und die einfache und ressourcenschonende Möglichkeit der Implementierung in Stand-der-Technik Mikrocontrollern und DSP's. Es wurde gezeigt, warum eine breitbandige Messung des Frequenzgangs sinnvoll ist und welchen Einfluss die Versteifung des Ringbanden sowie die Vorspannung durch die Aufsetzkraft der Sonde auf der Stapesfussplatte haben. Auf Grund des geringen Rechenaufwandes und der hohen Genauigkeit wird der Einsatz der Fast-Walsh-Hadamard-Transformation zur Korrelationsberechnung empfohlen. In weiteren Arbeiten muss vor allem untersucht werden, wie der konstruktive Aufbau einer Messsonde aussehen kann. Dazu gehören auch Materialfragen, da die Sonde in einer sterilen Umgebung zum Einsatz kommen soll. Darüber hinaus ist es wichtig, einen Weg zu finden, wie die Aussetzkraft begrenzt und normiert werden kann. Dies wäre von Vorteil, um den gezeigten Einfluss der Aufsetzkraft auf das Ergebnis zu vermindern oder durch Kalibrierung zu vermeiden.

Literatur

- [1] Wullstein, H.-L.: *Operationen zur Verbesserung des Gehörs*. In: G Thieme (1968)
- [2] Zahnert, Th.; Hüttenbrink, K.-B.; Bornitz, M.; Hofmann, G.: *Intraoperative Messung der Steigbügelbeweglichkeit mittels einer handgeführten, elektro-magnetischen Sonde*. In: *Laryngorhinootologie* (2001); DOI 10.1055/s-2001-11896
- [3] Zepernick, H.-J.; Finger, A.: *Pseudo Random Signal Processing: Theory and Application*. Wiley-Verlag, 2005. – ISBN 978-0-470-86657-3
- [4] Finger, A.: *Pseudorandom-Signalverarbeitung*. Teubner Verlag Stuttgart, 1997. – ISBN3-519-06184-8
- [5] Cohn, A. L. M.: *On Fast M-Sequence Transforms*. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 23 (1977), Nr.1
- [6] Xiang, N.: *Using M-sequences for determining the impulse responses of LTI-systems*. 128 (1992)
- [7] Lauxmann, M.: *Nichtlineare Modellierung des Mittelohrs und seiner angrenzenden Strukturen*, Institut für Technische und Numerische Mechanik, Universität Stuttgart, Diss., 2012
- [8] *Dynamik des Mittelohrs*. In: VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 17, Biotechnik/Medizintechnik (1997), Nr. 159
- [9] Beer, H.; Bornitz, M.; Hardtke, H.; Schmidt, R.; Hofmann, G.; Hüttenbrink, K.; Vogel, U.; Zahnert, T.: *Modelling of components of the human middle ear and simulation of their dynamic behaviour*. In: *Audiology & Neuro-Otology* (1999), Nr. Bd. 4, S. 156–162